

INHALTSVERZEICHNIS

XV. Kurvenintegrale. Das Stieltjessche Integral

§ 1. Kurvenintegrale erster Art	13
543. Definition des Kurvenintegrals erster Art	13
544. Zurückführung auf das gewöhnliche bestimmte Integral	15
545. Beispiele	17
§ 2. Kurvenintegrale zweiter Art	21
546. Definition des Kurvenintegrals zweiter Art	21
547. Existenz und Berechnung eines Kurvenintegrals zweiter Art	23
548. Der Fall einer geschlossenen Kurve. Die Orientierung der Ebene	26
549. Beispiele	28
550. Approximation mit Hilfe eines Integrals über einen Streckenzug	31
551. Berechnung von Flächeninhalten mit Hilfe von Kurvenintegralen	32
552. Beispiele	35
553. Der Zusammenhang zwischen den Kurvenintegralen beider Arten	39
554. Physikalische Aufgaben	41
§ 3. Bedingungen für die Unabhängigkeit des Kurvenintegrals vom Weg	46
555. Problemstellung. Zusammenhang mit dem totalen Differential	46
556. Differentiation eines Integrals, das nicht vom Weg abhängt	47
557. Berechnung eines Kurvenintegrals mit Hilfe einer Stammfunktion	49
558. Ein Kriterium für die Vollständigkeit des Differentials. Das Auf- finden einer Stammfunktion im Fall eines rechteckigen Bereichs	50
559. Verallgemeinerung auf beliebige Bereiche	52
560. Zusammenfassung	55
561. Integrale über eine geschlossene Kurve	55
562. Mehrfach zusammenhängende Bereiche. Singuläre Punkte	57
563. Das Gaußsche Integral	61
564. Der dreidimensionale Fall	63
565. Beispiele	65
566. Anwendung auf physikalische Aufgaben	69
§ 4. Funktionen endlicher Schwankung	72
567. Definition der Funktionen endlicher Schwankung	72
568. Die Klassen der Funktionen endlicher Schwankung	74
569. Eigenschaften der Funktionen endlicher Schwankung	77
570. Kriterien für Funktionen endlicher Schwankung	79
571. Stetige Funktionen endlicher Schwankung	81
572. Rektifizierbare Kurven	84
§ 5. Das Stieltjessche Integral	85
573. Definition des Stieltjesschen Integrals	85
574. Allgemeine Bedingungen für die Existenz des Stieltjesschen Integrals	87

575. Klassen von Fällen, in denen das Stieltjessche Integral existiert . . .	88
576. Eigenschaften des Stieltjesschen Integrals	90
577. Partielle Integration	92
578. Zurückführung eines Stieltjesschen Integrals auf ein Riemannsches Integral	94
579. Berechnung Stieltjesscher Integrale	96
580. Beispiele	99
581. Geometrische Veranschaulichung des Stieltjesschen Integrals	105
582. Der Mittelwertsatz. Abschätzungen	106
583. Grenzübergang unter dem Integralzeichen beim Stieltjesschen Integral	108
584. Beispiele und Ergänzungen	109
585. Zurückführung eines Kurvenintegrals zweiter Art auf ein Stieltjes- sches Integral	113

XVI. Flächenintegrale

§ 1. Definition und einfachste Eigenschaften von Flächenintegralen	115
586. Das Volumen eines zylindrischen Körpers	115
587. Zurückführung des Flächenintegrals auf ein Doppelintegral	116
588. Definition des Flächenintegrals	118
589. Existenzbedingungen für das Flächenintegral	120
590. Klassen integrierbarer Funktionen	121
591. Untere und obere Integrale als Grenzwerte	123
592. Eigenschaften von integrierbaren Funktionen und von Flächen- integralen	124
593. Das Integral als additive Funktion des Bereichs; Differentiation nach dem Bereich	127
§ 2. Berechnung von Flächenintegralen	130
594. Die Zurückführung des Flächenintegrals auf ein Doppelintegral im Fall eines Rechtecks	130
595. Beispiele	133
596. Zurückführung eines Flächenintegrals auf ein Doppelintegral im Fall eines krummlinig begrenzten Gebiets	141
597. Beispiele	145
598. Anwendungen in der Mechanik	157
599. Beispiele	159
§ 3. Der Gaußsche Integralsatz	167
600. Herleitung des Gaußschen Satzes	167
601. Die Anwendung des Gaußschen Satzes bei der Untersuchung von Kurvenintegralen	171
602. Beispiele und Ergänzungen	172
§ 4. Variablentransformation in Flächenintegralen	174
603. Transformation ebener Gebiete	174
604. Beispiele	177
605. Der Flächeninhalt in krummlinigen Koordinaten	182
606. Ergänzende Bemerkungen	185
607. Geometrische Herleitung	187
608. Beispiele	189

609. Variablentransformation in Flächenintegralen	198
610. Die Analogie zu einfachen Integralen. Das Integral über ein orientiertes Gebiet	200
611. Beispiele	201
§ 5. Uneigentliche Flächenintegrale	208
612. Integrale über ein unbeschränktes Gebiet	208
613. Satz über die absolute Konvergenz uneigentlicher Integrale	210
614. Die Zurückführung eines Flächenintegrals auf ein iteriertes Integral	212
615. Integrale unbeschränkter Funktionen	214
616. Variablentransformation in uneigentlichen Integralen	216
617. Beispiele	218
XVII. Flächeninhalt. Oberflächenintegrale	
§ 1. Zweiseitige Flächen	235
618. Die Seite einer Fläche	235
619. Beispiele	236
620. Die Orientierung von Flächen und die Orientierung des Raumes	238
621. Die Vorzeichenwahl in den Formeln für die Richtungskosinus der Normalen	240
622. Der Fall stückweise glatter Flächen	241
§ 2. Der Flächeninhalt krummer Flächen	242
623. Der Schwarzsche Zylinder	242
624. Definition des Inhalts krummer Flächen	244
625. Bemerkung	245
626. Die Existenz des Inhalts einer Fläche und seine Berechnung	247
627. Die Definition mit Hilfe einbeschriebener Polyederflächen	251
628. Definition des Inhalts in singulären Fällen	253
629. Beispiele	254
§ 3. Oberflächenintegrale erster Art	267
630. Definition des Oberflächenintegrals erster Art	267
631. Zurückführung auf ein gewöhnliches Flächenintegral	268
632. Anwendungen von Oberflächenintegralen erster Art in der Mechanik	270
633. Beispiele	272
§ 4. Oberflächenintegrale zweiter Art	279
634. Definition des Oberflächenintegrals zweiter Art	279
635. Einfachste Spezialfälle	281
636. Der allgemeine Fall	284
637. Eine Einzelheit des Beweises	285
638. Das Volumen eines Körpers als Oberflächenintegral	286
639. Der Stokessche Integralsatz	290
640. Beispiele	293
641. Anwendung des Stokesschen Satzes auf die Untersuchung von Kurvenintegralen im Raum	299
XVIII. Raumintegrale und mehrdimensionale Integrale	
§ 1. Das Raumintegral und seine Berechnung	302
642. Das Problem der Bestimmung der Masse eines Körpers	302
643. Das Raumintegral. Bedingungen für seine Existenz	303

644. Eigenschaften integrierbarer Funktionen und dreidimensionaler Integrale	304
645. Die Berechnung eines Raumintegrals über ein Parallelepiped	306
646. Die Berechnung eines Raumintegrals für ein beliebiges Gebiet	308
647. Uneigentliche Raumintegrale	309
648. Beispiele	309
649. Anwendungen in der Mechanik	317
650. Beispiele	318
§ 2. Der Integralsatz von GAUSS-OSTROGRADSKI	326
651. Der Satz von OSTROGRADSKI	326
652. Anwendung des Satzes von OSTROGRADSKI zur Untersuchung von Oberflächenintegralen	329
653. Das Gaußsche Integral	330
654. Beispiele	332
§ 3. Variablentransformation in Raumintegralen	335
655. Abbildung von Räumen und krummlinige Koordinaten	335
656. Beispiele	337
657. Ein Ausdruck für das Volumen in krummlinigen Koordinaten	339
658. Ergänzende Bemerkungen	342
659. Geometrische Herleitung	343
660. Beispiele	344
661. Variablentransformation in Raumintegralen	352
662. Beispiele	354
663. Die Anziehungskraft und das Potential eines Körpers in einem inneren Punkt	358
§ 4. Elemente der Vektoranalysis	361
664. Skalare und Vektoren	361
665. Skalar- und Vektorfelder	361
666. Der Gradient	362
667. Der Fluß eines Vektors durch eine Fläche	364
668. Der Satz von OSTROGRADSKI. Die Divergenz	366
669. Die Zirkulation eines Vektors. Der Stokessche Satz. Die Rotation ..	367
670. Spezielle Felder	369
671. Das Umkehrproblem der Vektoranalysis	372
672. Anwendungen	373
§ 5. Mehrdimensionale Integrale	379
673. Das Problem der Anziehungskraft und des Potentials zweier Körper	379
674. Das Volumen eines n -dimensionalen Körpers. Das n -dimensionale Integral	381
675. Koordinatentransformation bei n -dimensionalen Integralen	383
676. Beispiele	386

XIX. Fourierreihen

§ 1. Einführung	408
677. Periodische Größen und harmonische Analyse	408
678. Die Bestimmung der Koeffizienten nach der Methode von EULER- FOURIER	411

679. Orthogonale Funktionensysteme	413
680. Trigonometrische Interpolation	418
§ 2. Entwicklung von Funktionen in Fourierreihen	420
681. Problemstellung. Dirichletsches Integral	420
682. Erster Fundamentalhilfssatz	423
683. Das Lokalisationsprinzip	424
684. Die Kriterien von DINI und von LIPSCHITZ für die Konvergenz von Fourierreihen	426
685. Zweiter Fundamentalhilfssatz	429
686. Das Kriterium von DIRICHLET-JORDAN	431
687. Nichtperiodische Funktionen	433
688. Beliebige Intervalle	434
689. Entwicklungen in reine Kosinusreihen und reine Sinusreihen	435
690. Beispiele	438
691. Entwicklung von $\ln \Gamma(z)$	452
§ 3. Ergänzungen	455
692. Reihen mit abnehmenden Koeffizienten	455
693. Summation trigonometrischer Reihen mit Hilfe analytischer Funk- tionen einer komplexen Veränderlichen	461
694. Beispiele	464
695. Die komplexe Form der Fourierreihen	469
696. Die konjugierte Reihe	471
697. Mehrfache Fourierreihen	474
§ 4. Der Konvergenzcharakter von Fourierreihen	477
698. Einige Ergänzungen zu den Fundamentalhilfssätzen	477
699. Kriterien für die gleichmäßige Konvergenz von Fourierreihen	479
700. Das Verhalten einer Fourierreihe in der Nähe eines Unstetigkeits- punktes. Ein Spezialfall	482
701. Der Fall einer beliebigen Funktion	487
702. Singularitäten von Fourierreihen. Vorbereitende Bemerkungen	489
703. Die Konstruktion von Singularitäten	492
§ 5. Restabschätzungen in Abhängigkeit von Differenzierbarkeitseigenschaf- ten der Funktion	494
704. Der Zusammenhang zwischen den Fourierkoeffizienten einer Funk- tion und ihren Ableitungen	494
705. Eine Abschätzung für die Partialsumme im Fall einer beschränkten Funktion	495
706. Eine Abschätzung des Restes für eine Funktion mit beschränkter k -ter Ableitung	497
707. Funktionen, deren k -te Ableitung von endlicher Schwankung ist ..	499
708. Einfluß von Unstetigkeiten der Funktion und ihrer Ableitungen auf die Ordnung des Kleinerwerdens der Fourierkoeffizienten	500
709. Funktionen, die in $[0, \pi]$ gegeben sind	504
710. Die Methode der Abtrennung der Singularitäten	506
§ 6. Das Fourierintegral	514
711. Das Fourierintegral als Grenzfall der Fourierreihe	514
712. Vorbereitende Bemerkungen	516
713. Hinreichende Kriterien	518

714. Modifikation der Grundvoraussetzung	519
715. Verschiedene Formen der Fourierschen Formel	522
716. Die Fouriertransformation.	524
717. Einige Eigenschaften der Fouriertransformierten	527
718. Beispiele und Ergänzungen	528
719. Funktionen zweier Veränderlicher	535
§ 7. Anwendungen	537
720. Die Abhängigkeit der exzentrischen Anomalie eines Planeten von seiner mittleren Anomalie	537
721. Das Problem der schwingenden Saite	538
722. Das Problem der Wärmeausbreitung in einem endlichen Stab	543
723. Der Fall eines unendlichen Stabes	546
724. Modifikation der Randbedingungen	548
725. Die Wärmeausbreitung in einer kreisförmigen Platte	550
726. Praxis der harmonischen Analyse. Ein Schema für 12 Ordinaten ..	552
727. Beispiele	554
728. Ein Schema für 24 Ordinaten	558
729. Beispiele	559
730. Vergleich der angenäherten und der exakten Werte der Fourier- koeffizienten	561
XX. Fourierreihen (Fortsetzung)	
§ 1. Das Rechnen mit Fourierreihen. Abgeschlossenheit und Vollständigkeit	563
731. Gliedweise Integration einer Fourierreihe	563
732. Gliedweise Differentiation einer Fourierreihe	565
733. Die Abgeschlossenheit des trigonometrischen Systems	566
734. Die gleichmäßige Approximation von Funktionen. Die Sätze von WEIERSTRASS	568
735. Approximation im Mittel. Extremaleigenschaften der Abschnitte einer Fourierreihe	570
736. Die Vollständigkeit des trigonometrischen Systems. Satz von LJAPUNOFF	574
737. Die verallgemeinerte Parsevalsche Gleichung	576
738. Multiplikation von Fourierreihen	579
739. Einige Anwendungen der Vollständigkeitsrelation	580
§ 2. Anwendung verallgemeinerter Summationsmethoden auf Fourierreihen .	585
740. Ein Hilfssatz	585
741. Die Summation von Fourierreihen nach dem Poisson-Abelschen Verfahren	588
742. Lösung des Dirichletschen Problems für den Kreis	591
743. Summierung von Fourierreihen nach dem Cesàro-Fejérschen Ver- fahren	593
744. Einige Anwendungen der verallgemeinerten Summation von Fourierreihen	595
745. Gliedweise Differentiation von Fourierreihen	597
§ 3. Die Eindeutigkeit der trigonometrischen Reihenentwicklung einer Funk- tion	599
746. Hilfssätze über verallgemeinerte Ableitungen	599
747. Das Riemannsches Summationsverfahren für trigonometrische Reihen	602

748. Ein Hilfssatz über die Koeffizienten konvergenter trigonometrischer Reihen	606
749. Die Eindeutigkeit der trigonometrischen Entwicklung	607
750. Abschließende Sätze über Fourierreihen	608
751. Verallgemeinerung	611
Anhang. Der allgemeine Gesichtspunkt beim Limesbegriff	
752. Die verschiedenen Arten des Grenzwertes, die in der Analysis vorkommen	615
753. (Total-) Geordnete Mengen	616
754. Halbgeordnete Mengen	617
755. Geordnete Veränderliche und ihr Grenzwert	620
756. Beispiele	621
757. Bemerkung zum Grenzwert einer Funktion	623
758. Erweiterung der Theorie der Grenzwerte	624
759. Gleichgeordnete Veränderliche	627
760. Ordnung mit Hilfe von Zahlenparametern	628
761. Zurückführung auf diskrete Veränderliche	629
762. Oberer und unterer Limes einer geordneten Veränderlichen	631
Namen- und Sachverzeichnis	634