

Abbildungsverfahren der Darstellenden Geometrie

1.	Elementargeometrische Grundlagen	
1.1.	Grundbegriffe	12
1.1.1.	Lagebeziehungen	12
1.1.2.	Halbgeraden, Halbebenen, Halbräume; Orientierungen	14
1.1.3.	Abbildungen	15
1.1.4.	Ein Hilfssatz über die reellen Zahlen..	16
1.2.	Messen im Anschauungsraum	17
1.2.1.	Längenmessung, Zahlenstrahl	17
1.2.2.	Teilverhältnisse, Strahlensatz	18
1.2.3.	Koordinaten, Vektoren	18
1.2.4.	Winkel, Orthogonalität.....	20
1.2.5.	Winkelmaße	22
1.2.6.	Abstandmaße	23
1.3.	Spezielle geometrische Abbildungen .	24
1.3.1.	Ähnlichkeiten, Kongruenzen	24
1.3.2.	Spiegelungen, Schiebungen, Drehungen	24
1.3.3.	Orientierte Winkel	26
1.3.4.	Stetige Schiebungen, stetige Drehungen	26
1.3.5.	Affinitäten	27
1.4.	Zylinder, Kegel, Kugeln	30
1.4.1.	Kurven, Tangenten	30
1.4.2.	Krümmungskreise ebener Kurven ...	31
1.4.3.	Zylinder und Kegel	33
1.4.4.	Kugeln	35
2.	Parallelprojektion	
2.1.	Grundbegriffe der Parallelprojektion	37
2.1.1.	Abbildungsvorschrift, Eigenschaften einer Parallelprojektion	37
2.1.2.	Parallelriß einer Kurve, Konturpunkte einer Fläche	39
2.1.3.	Aufnahmesituation einer Parallelprojektion, Zeichenmaßstab.....	41
2.1.4.	Grundriß, Aufriß, Kreuzriß	42

2.2.	Parallelriß ebener Figuren	44
2.2.1.	Parallelperspektivitäten	44
2.2.2.	Perspektive Affinitäten	45
2.2.3.	Konstruktive Behandlung einer perspektiven Affinität	48
2.3.	Axonometrie	49
2.3.1.	Parallelriß eines kartesischen Rechts- systems	49
2.3.2.	Hauptsatz der Axonometrie	51
2.3.3.	Verzerrungswinkel	52
2.3.4.	Spezielle axonometrische Angaben...	53
2.3.5.	Verwendung perspektiver Affinitäten zur Ermittlung axonometrischer Risse	53
2.3.6.	Einschneideverfahren	54
2.3.7.	Einschneidehilfsrisse zu einer axono- metrischen Angabe	56
2.4.	Normalprojektion	57
2.4.1.	Eigenschaften einer Normal- projektion	57
2.4.2.	Normalrisse von drei paarweise ortho- gonalen Geraden durch einen Punkt..	59
2.4.3.	Verzerrungsverhältnisse bei Normal- projektion	60
2.4.4.	Normale Axonometrie	62
2.4.5.	Einschneideverfahren der normalen Axonometrie.....	64
3.	Lösung stereometrischer Aufgaben mit Hilfe von Normalprojektionen	
3.1.	Gepaarte Normalrisse, Seitenrisse...	65
3.1.1.	Erstprojizierende und zweitprojizie- rende Geraden und Ebenen, erste und zweite Hauptebenen und Haupt- geraden	65
3.1.2.	Normalprojektionen mit orthogonalen Sehgeraden	67
3.1.3.	Seitenrisse	68
3.1.4.	Zugeordnete Normalrisse	68
3.1.5.	Anordnung von Normalrissen beim Technischen Zeichnen	70
3.2.	Lageaufgaben in gepaarten Normal- rissen, spezielle Seitenrisse	71
3.2.1.	Konstruktive Behandlung der Geraden.....	71

3.2.2.	Konstruktive Behandlung der Ebenen	72
3.2.3.	Schnittaufgaben.....	73
3.2.4.	Spezielle Seitenrisse.....	74
3.2.5.	Konstruktion eines Normalrisses nach dem Durchschnittverfahren	76
3.3.	Maßaufgaben in gepaarten Normalrissen	78
3.3.1.	(M1) Messen in einer Geraden.....	78
3.3.2.	(M2) Messen in einer Ebene	79
3.3.3.	(M3) Orthogonale Lage einer Geraden und einer Ebene	81
3.3.4.	Winkel- und Abstandmaße.....	81
3.3.5.	Maßaufgaben in Axonometrie	82
3.3.6.	Würfelschnittaufgabe von RUPRECHT	83
3.3.7.	Prismenschnittaufgabe von L'HUILIER	84
3.3.8.	Beweis des Satzes von POHLKE.....	85
3.4.	Kotierter Grundriß	86
3.4.1.	Punkte und Geraden.....	86
3.4.2.	Ebenen	88
3.4.3.	Maßaufgaben	90
3.4.4.	Böschungskegel	90
4.	Zentralprojektion (Perspektive)	
4.1.	Projektive Erweiterung des Anschauungsraumes	93
4.1.1.	Abbildungsvorschrift der Zentralprojektion	93
4.1.2.	Fernpunkte, Ferngeraden.....	95
4.1.3.	Projektion aus dem projektiven Raum	96
4.1.4.	Zentralriß einer Kurve, Konturpunkte einer Fläche	97
4.1.5.	Doppelverhältnisse	98
4.1.6.	Kollineationen projektiver Ebenen...	100
4.2.	Zentralriß ebener Figuren	103
4.2.1.	Perspektivitäten	103
4.2.2.	Perspektive Kollineationen.....	104
4.2.3.	Konstruktive Behandlung einer perspektiven Kollineation	107
4.3.	Konstruktion eines Zentralrisses aus gepaarten Normalrissen	108
4.3.1.	Aufnahmesituation einer Zentralprojektion	108
4.3.2.	Durchschnittverfahren	110
4.3.3.	Architektenanordnung	111
4.3.4.	Numerische Perspektive	112
4.4.	Lageaufgaben und Maßaufgaben	113
4.4.1.	Schnittbedingung, Sichtbarkeit	113
4.4.2.	Lösung der Lageaufgaben mit Hilfe von Spur- und Fluchtelementen.....	114
4.4.3.	Lageaufgaben im Zentralriß und Zentralgrundriß	116
4.4.4.	Achsebenen einer Zentralprojektion	118
4.4.5.	(M1) Messen in einer Geraden.....	119

4.4.6. (M2) Messen in einer Ebene	121
4.4.7. (M3) Orthogonale Lage einer Geraden und einer Ebene	123
4.4.8. Beispiel	123
4.5. Axonometrische Methode der Perspektive	125
4.5.1. Zentralriß eines kartesischen Rechts- systems	125
4.5.2. Horizontale Blickachse	126
4.5.3. Nicht horizontale Blickachse	128
4.5.4. Paralleldrehen einer Koordinaten- ebene	131
4.5.5. Konstruktionshilfen	131
4.5.6. Beispiele	133
4.5.7. Zentralaxonometrie	135
4.6. Entzerrung eines Zentralrisses	137
4.6.1. Rekonstruktion einer ebenen Figur mit Hilfe eines MÖBIUS-Netzes.	137
4.6.2. Rasterverfahren	138
4.6.3. Rekonstruktion einer ebenen Figur mit Hilfe von Meßpunkten.	139
4.6.4. Einbildfotogrammetrie	140

Spezielle Kurven und Flächen

5. Kegelschnitte

5.1. Ellipsen, Normalriß eines Kreises . . .	146
5.1.1. Ellipsendefinition	146
5.1.2. Ellipse als Normalriß eines Kreises. . .	147
5.1.3. Planimetrische Konstruktion einer Ellipse	148
5.1.4. Konstruktion des Normalrisses eines Kreises	150
5.2. Parallelriß einer Ellipse.	153
5.2.1. Konjugierte Durchmesser	153
5.2.2. Eine Ellipsenkonstruktion	154
5.2.3. Anwendung einer Affinität auf eine Ellipse	155
5.2.4. Beispiele	156
5.3. Hyperbeln.	161
5.3.1. Hyperbeldefinition	161
5.3.2. Planimetrische Konstruktion einer Hyperbel	162
5.3.3. Anwendung einer Affinität auf eine Hyperbel	164
5.4. Parabeln	166
5.4.1. Parabeldefinition	166
5.4.2. Planimetrische Konstruktion einer Parabel	166
5.4.3. Anwendung einer Affinität auf eine Parabel	169
5.4.4. Beispiel	169

5.5. Ebene Schnitte von Kreiskegeln	171
5.5.1. Ebene Schnitte eines Drehkegels	171
5.5.2. Beispiele	172
5.5.3. Ebene Schnitte eines Böschungskegels	175
5.5.4. Ebene Schnitte eines Kreiskegels. . . .	177
5.6. Quadratische Varietäten einer Ebene	179
5.6.1. Definition	179
5.6.2. Bestimmung aller quadratischen Varietäten einer Ebene.	179
5.7. Projektive Kegelschnitte	181
5.7.1. Fernpunkte projektiver Kegelschnitte	181
5.7.2. Anwendung einer Kollineation auf einen projektiven Kegelschnitt	182
5.7.3. Zentralriß eines projektiven Kegel- schnitts, insbesondere eines Kreises. .	185
5.7.4. Beispiele	186
5.7.5. Polarsystem eines projektiven Kegel- schnitts	189
6. Elementare Flächen	
6.1. Polyeder	193
6.1.1. Definitionen, Beispiele	193
6.1.2. Netze von Polyedern	195
6.1.3. Reguläre Polyeder	198
6.1.4. Existenz und Eindeutigkeit der fünf regulären Polyeder	199
6.1.5. Der EULERSche Polyedersatz.	201
6.2. Kugeln	204
6.2.1. Grundkonstruktionen, Parallelumriß einer Kugel	204
6.2.2. Ebene Schnitte von Kugeln.	206
6.2.3. Beispiele	207
6.2.4. Schnitt zweier Kugeln	209
6.2.5. Axonometrischer Umriß einer Kugel .	210
6.2.6. Zentralumriß einer Kugel	212
6.3. Drehflächen	215
6.3.1. Breitenkreise und Meridiane	215
6.3.2. Meridianriß, Hauptriß	217
6.3.3. Parallelumriß einer Drehfläche	219
6.3.4. Ebene Schnitte von Drehflächen . . .	220
6.3.5. Drehquadriken	221
6.3.6. Beispiele	224
6.3.7. Regeldrehflächen	227
6.3.8. Beispiele	230
6.3.9. Drehparaboloide	232
6.4. Schiebflächen	236
6.4.1. Schiebkurven einer Schiebfläche	236
6.4.2. Parallelumriß einer Schiebfläche. . . .	238
6.4.3. Paraboloide	239
6.5. Schnitte von Flächen	241
6.5.1. Punkte und Tangenten einer Schnitt- kurve	241

6.5.2.	Schnitte von Kegeln und Zylindern..	242
6.5.3.	Spezielle Schnitte von Drehzylindern und Drehkegeln	245
6.5.4.	Schnitte einer Kugel mit einem Kegel oder Zylinder	250
6.5.5.	Spezielle Schnitte einer Kugel mit einem Kreiszyylinder oder Kreiskegel	251
6.5.6.	Konstruktion von Schnittkurven nach der Kugelmethode	253
6.5.7.	Spezielle Schnitte eines Torus.....	256
7.	Konstruktive Differentialgeometrie	
7.0.	Hilfssätze aus der Analysis reeller Funktionen	260
7.1.	Kurven	262
7.1.1.	Schmiegeebene, Krümmung	262
7.1.2.	Reguläre Kurvenstücke	262
7.1.3.	Eigenschaften regulärer Kurvenstücke	264
7.1.4.	Bogenlänge, Rektifikation, kanonische Darstellung	266
7.1.5.	Krümmungskreise ebener Kurven...	268
7.1.6.	Ebene Varietäten	272
7.2.	Flächen	276
7.2.1.	Reguläre Flächenstücke	276
7.2.2.	Varietäten	278
7.2.3.	Krümmungskreise regulärer Kurven- stücke in regulären Flächenstücken..	279
7.2.4.	Einteilung der Flächenpunkte.....	281
7.2.5.	DUPINSche Indikatrix	282
7.2.6.	Schnitte berührender Flächen.....	284
7.3.	Ergänzungen für Zylinder und Kegel	287
7.3.1.	DUPINSche Indikatrix von Zylindern und Kegeln	287
7.3.2.	Anwendung auf die Projektion von Kurven und die Kontur von Flächen	289
7.3.3.	Beispiele	290
7.3.4.	Abwicklung von Zylindern und Kegeln	293
7.3.5.	Näherungsweise Konstruktion der Verebnung eines Zylinders oder Kegels	295
7.4.	Ergänzungen für Drehflächen und Schiebflächen	299
7.4.1.	Regularität von Drehflächen, Scheitel von Schnittkurven	299
7.4.2.	Kontur von Drehflächen, Normalum- riß eines Torus	301
7.4.3.	DUPINSche Indikatrix von Dreh- flächen.....	303
7.4.4.	Beispiele	304
7.4.5.	Schiebflächen	310
7.4.6.	Beispiele	311
8.	Schraubflächen	
8.1.	Schraubungen	314
8.1.1.	Stetige Schraubungen	314

8.1.2.	Schraublinien	316
8.1.3.	Drehfluchtpunkte und Drehfluchtgeraden	318
8.2.	Schraubflächen	320
8.2.1.	Querschnitte, Meridiane	320
8.2.2.	Meridianriß, Hauptriß	321
8.2.3.	Kreisschraubflächen	323
8.2.4.	Gerade Regelschraubflächen	327
8.2.5.	Schiefe Regelschraubflächen	331
8.2.6.	Gewinde	336

9. Regelflächen

9.1.	Torsale Regelflächen	338
9.1.1.	Regularität von Regelflächen	338
9.1.2.	Torsale Erzeugenden	339
9.1.3.	Tangentenflächen	340
9.1.4.	Abwicklung von Tangentenflächen ..	343
9.1.5.	DUPINSche Indikatrix von Tangentenflächen	345
9.1.6.	Verbindungstorsen	346
9.1.7.	Böschungsf lächen	349
9.2.	Windschiefe Flächen	353
9.2.1.	Tangentialebenen in den Punkten einer nichttorsalen Erzeugenden	353
9.2.2.	Konoidale Flächen	356

9.2.3.	HP-Flächen	357
9.2.4.	Beispiel	363
10.	Quadratische Varietäten	
10.1.	Quadriken	366
10.1.1.	Definition, Beispiele	366
10.1.2.	Die krummen quadratischen Varietäten	367
10.1.3.	Mittelpunktquadriken	368
10.1.4.	Ellipsoide, zweischalige Hyperboloide	369
10.1.5.	Einschalige Hyperboloide	370
10.1.6.	Beispiele	371
10.2.	Spezielle Schnitte quadratischer Varietäten	373
10.2.1.	Einheitliche Behandlung der ebenen Schnitte einer krummen quadratischen Varietät	373
10.2.2.	Quadratische Varietäten mit einem gemeinsamen Kegelschnitt	374
10.2.3.	Schnitte quadratischer Varietäten, die eine gemeinsame Symmetrieebene besitzen	374
10.2.4.	Beispiel	377
	Literaturverzeichnis	378
	Sachverzeichnis	379