

INHALTSVERZEICHNIS

KAPITEL 1. PROJEKTIVER RAUM ÜBER EINEM VEKTORRAUM	
1A. Begriff des projektiven Raumes	1
1B. k -Ebenen	4
1C. Dimensionsformel und Folgerungen	10
1D. Projektive Koordinaten	11
1E. Koordinatendarstellungen der k -Ebenen.	16
KAPITEL 2. PROJEKTIVE ABBILDUNGEN, KOLLINEATIONEN	
2A. Begriff der projektiven Abbildung.	20
2B. Eigenschaften projektiver Abbildungen.	23
2C. Koordinatendarstellungen projektiver Abbildungen . .	27
2D. Projektivitäten, projektive Gruppe	31
2E. Kollineationen	37
KAPITEL 3. DUALITÄTSPRINZIP, KORRELATIONEN	
3A. Dualitätssprinzip der projektiven Räume	42
3B. Koordinatendarstellungen des Dualitätssprinzips . . .	46
3C. Korrelationen.	51
KAPITEL 4. QUADRIKEN	
4A. Begriff der Quadrik.	52
4B. Koordinatendarstellungen der Quadriken	54
4C. Klassifikation der Quadriken, Normalformen, Quadrikinvarianten	55
4D. k -Ebenen und Quadriken	65
4E. Polarentheorie der Quadriken	72
4F. Weitere Quadrikeneigenschaften	80
4G. Quadriken mit Außen- und Innengebiet	91
4H. Dualisierung der Quadriken	95
KAPITEL 5. GEOMETRIE ALS INVARIANTENTHEORIE EINER GRUPPE	
5A. Geometrie-Modelle und ihre Transformationsgruppen. .	101
5B. Absolutfigur, Schauplatz, Ordnungsprinzip.	103
5C. Übertragungen, Geometrien.	106
KAPITEL 6. CAYLEY/KLEIN-RÄUME	
6A. Begriff des Cayley/Klein-Raumes.	110
6B. Koordinatendarstellungen der Absolutfiguren.	113

6C. Entartete und nichtentartete Cayley/Klein-Räume.	116
6D. In k -Ebenen induzierte Cayley/Klein-Räume.	121
6E. Dualisierung der Absolutfiguren.	129
6F. Dreidimensionale Cayley/Klein-Räume.	135
6G. Cayley/Klein-Ebenen.	137
6H. Polsimplexe der Absolutfiguren	139
KAPITEL 7. ÄHNLICHKEITEN UND BEWEGUNGEN AUF CAYLEY/KLEIN-RÄUMEN	
7A. F -Projektivitäten, Ähnlichkeits- und Bewegungs- invarianten.	146
7B. Ähnlichkeiten und Bewegungen mit Fixpunkten.	154
7C. Ähnlichkeits- und Bewegungsgruppen	156
7D. Projektivspiegelungen, Streckungen	161
7E. Ergänzungen. (1.Hyperbolische Räume 163, 2.Semieuklidische Räume 165)	163
KAPITEL 8. ABSTANDS- UND WINKELMETRIKEN IN CAYLEY/KLEIN-RÄUMEN	
8A. Geraden und Absolutfiguren	166
8B. Abstands- und Winkelmetriken	169
8C. Ergänzungen. (1.Hyperbolische Räume 183, 2.Elliptische Räume 184, 3.Eukli- dische und pseudoeklidische Räume 184, 4.Isotrope Räume 188)	183
8D. Strecken und Sektoren.	189
KAPITEL 9. k-EBENEN IN CAYLEY/KLEIN-RÄUMEN	
9A. k -Ebenen und Absolutebenen	194
9B. Totalpolare einer regulären k -Ebene.	196
9C. Koordinatendarstellungen der Totalpolaren einer regulären k -Ebene.	198
9D. Orthogonalität in Cayley/Klein-Räumen.	201
9E. Ergänzungen. (1.Hyperbolische Räume 209, 2.Elliptische Räume 210, 3.Quasi- hyperbolische und quasielliptische Räume 211, 4.Euklidische und pseudoeklidische Räume 212)	209
KAPITEL 10. PROJEKTIVE NICHTSTANDARDMODELLE VON CAYLEY/KLEIN-RÄUMEN	
10A. Bündelmodelle.	216
10B. Gegenpunktmodelle auf Ovalquadriken, duale Modelle	218
10C. Geraden-Modell der hyperbolischen Ebene.	219
10D. Geraden-Modell des hyperbolischen Raumes P_{13}^5	223
10E. Matrizen-Modell des hyperbolischen Raumes P_{12}^3	234

KAPITEL 11. KINEMATISCHE MODELLE VON CAYLEY/KLEIN-RÄUMEN

- 11A. Kinematisches Modell des elliptischen Raumes P_{10}^3 . . . 236
- 11B. Kinematisches Modell des hyperbolischen Raumes P_{14}^7 . . . 240
- 11C. Kinematisches Modell des quasielliptischen Raumes P_{2100}^3 244

KAPITEL 12. CLIFFORD-PARALLELITÄT IN ELLIPTISCHEN RÄUMEN

- 12A. Historische Motivation 253
- 12B. Vorbereitungen 257
- 12C. Erzeugendenscharen der Absolutquadrik. 261
- 12D. $(1,q-1)$ -Reguli, Clifford-parallele $(q-1)$ -Ebenen. . . . 264
- 12E. Clifford-Reguli. 269
- 12F. Zur Transitivität der Clifford-Parallelität. 273

KAPITEL 13. LORENTZ-RAUM UND SPEZIELLE RELATIVITÄTSTHEORIE

- 13A. Galilei-Transformationen und Galilei-Raum P_{111000}^4 . . . 276
- 13B. Lichtausbreitung 278
- 13C. Minkowski-Welt, Lorentz-Transformationen 279
- 13D. Minkowski-Welt und Lorentz-Raum P_{1101}^4 282
- 13E. Spezielle Lorentz-Transformationen 284

KAPITEL 14. CAYLEY/KLEIN-GEOMETRIEN IN NICHTENTARTETEN CAYLEY/KLEIN-RÄUMEN

- 14A. Vorbemerkungen über Cayley/Klein-Geometrien. 288
- 14B. Hyperbolische Geometrie. 290
(1.Grundbegriffe 290, 2.Parallelkegel 296, 3.Fundamentalflächen 299, 4.Kongruenzsätze 303, 5.Trigonometrie 306, 6.Blick in die Literatur 307)
- 14C. Möbius-Geometrie 311
(1.Grundbegriffe 311, 2.Orthogonalität 315, 3.Möbius-Bündel 315, 4.Blick in die Literatur 316)
- 14D. Elliptische Geometrie. 316
(1.Grundbegriffe 316, 2.Orthogonalität 318, 3.Dualitätsprinzip 320, 4.Blick in die Literatur 321)
- 14E. Projektive Liniengeometrie, Plücker-Geometrie. 323
(1.Grundbegriffe 323, 2.Blick in die Literatur 325)
- 14F. Lie-Geometrie. 326
(1.Grundbegriffe 326, 2.Blick in die Literatur 326)

KAPITEL 15. CAYLEY/KLEIN-GEOMETRIEN IN ENTARTETEN CAYLEY/KLEIN-RÄUMEN

- 15A. Laguerre-Geometrien. 327
(1.Grundbegriffe 327, 2.Blick in die Literatur 330)
- 15B. Quasielliptische Geometrien. 330
(1.Grundbegriffe 331, 2.Blick in die Literatur 333)
- 15C. Euklidische und pseudoeuklidische Geometrien, iso-

trope Geometrien, Galilei- und Flaggen-Geometrien . . . 333
 (1.Grundbegriffe 333, 2.Blick in die Literatur 334)

KAPITEL 16. BEZIEHUNGEN ZWISCHEN CAYLEY/KLEIN-GEOMETRIEN

- 16A. Bewegungsgruppe $B_{|q_0-1}^n$ als Faktorgruppe der Bewegungsgruppe $B_{|q_0}^{n+1}$ 336
- 16B. Bewegungsgruppe $B_{|q_0}^n$ als Faktorgruppe der Bewegungsgruppe $B_{|q_0}^{n+1}$ 339
- 16C. Bewegungsgruppe $B_{|q_0-10}^n$ als Untergruppe der Bewegungsgruppe $B_{|q_0}^{n+1}$ 342

KAPITEL 17. NICHTSTANDARDMODELLE DER CAYLEY/KLEIN-GEOMETRIEN

- 17A. Projektive Nichtstandardmodelle. 346
 (1.Involutionen-Modell der ebenen hyperbolischen Geometrie 346, 2.Gegenpunktmodell der Möbius-Geometrie 349)
- 17B. Modelle von Cayley/Klein-Geometrien in Cayley/Klein-Räumen 350
 (1.Modelle der hyperbolischen Geometrie im euklidischen Raum 350, 2.Modelle der Möbius-Geometrie im euklidischen Raum 358, 3. Modelle der elliptischen Geometrie im euklidischen Raum 358, 4. Modelle der Laguerre-Geometrien im euklidischen Raum 360, 5. Modelle der quasielliptischen Geometrien im euklidischen Raum 369, 6. Modelle der Galilei-Geometrien im zugeordneten pseudoeuklidischen Raum 370)

KAPITEL 18. STEREOGRAPHISCHE PROJEKTION

- 18A. Begriff der stereographischen Projektion 372
- 18B. Koordinatendarstellungen 375
- 18C. Stereographische Projektion der Sphären. 379
- 18D. Ergänzungen im P^2 und P^3 383

KAPITEL 19. INVERSION

- 19A. Begriff der Inversion, Koordinatendarstellung. 390
- 19B. Eigenschaften der Inversion. 392
- 19C. Kugelbündel. 396

KAPITEL 20. KONFORME NICHTSTANDARDMODELLE

- 20A. Konforme Modelle der hyperbolischen Geometrie. 398
 (1.Poincaré-Modell 398, 2.Varianten des Poincaré-Modells 401, 3.Anwendungen 407)
- 20B. Konformes Modell der Möbius-Geometrie. 408
 (1.Grundbegriffe 408, 2.Orthogonalität 412, 3.Anwendung 413)
- 20C. Konformes Modell der elliptischen Geometrie. 414
- 20D. Konformes Modell der Lie-Geometrie 419
- 20E. Konforme Modelle der Laguerre-Geometrien 425

KAPITEL 21. LOKALE KURVENTHEORIE IN CAYLEY/KLEIN-RÄUMEN

21A. Kurvenbegriff, Schmiege-k-Ebenen.	431
21B. Begleitsimplex der Hauptkurven	435
21C. Invariante Parametrisierung der Hauptkurven.	438
21D. Ableitungsgleichungen.	443
21E. Ergänzungen.	452
(1.Hyperbolische Räume 452, 2.Elliptische Räume 453, 3.Quasi-hyperbolische und quasielliptische Räume 453, 4.Euklidische und pseudoeklidische Räume 455, 5.Flaggenräume 455)	

KAPITEL 22. LOKALE HYPERFLÄCHENTHEORIE IN CAYLEY/KLEIN-RÄUMEN

22A. Hyperflächenbegriff.	457
22B. Flächenkurven, Tangentenhyperebenen.	461
22C. Hauptflächen	465
22D. Abstandsmetrik der Hauptflächen, erste Grundformen. .	471
22E. Begleitsimplex der Hauptflächen.	479
22F. Ergänzungen.	483
(1.Hyperbolische Räume 483, 2.Elliptische Räume 484, 3.Quasi-elliptische Räume, 4.Euklidische und pseudoeklidische Räume 485, 5.Isotrope Räume 485, 6.Flaggenräume)	
22G. Ableitungsgleichungen der Hauptflächen	486
22H. Zweite Grundform der Hauptflächen.	497
22I. Winkelmetrik der Hauptflächen, dritte Grundformen. .	505
22J. Oberfläche einer Hauptfläche, Betrag der Gauß-Krümmung	509
22K. Ergänzungen.	514
(1.Nichtentartete Cayley/Klein-Räume 514, 2.Euklidische Räume 515)	
22L. Normalkrümmung, Meusnier-Formeln	517

KAPITEL 23. BLICK IN DIE DIFFERENTIALGEOMETRISCHE LITERATUR

23A. Nichtentartete Cayley/Klein-Räume.	526
23B. Einfach entartete Cayley/Klein-Räume	532
23C. Mehrfach entartete Cayley/Klein-Räume.	534
23D. Anwendungen der Cayley/Klein-Räume	535

LITERATURVERZEICHNIS.	538
-------------------------------	-----

SACHVERZEICHNIS	593
---------------------------	-----