

INHALTSVERZEICHNIS

KAPITEL I

Ergänzungen zur Integrationstechnik

§ 1. Ein Exkurs über komplexe Zahlen

1. Definition der komplexen Zahlen	13
2. Trigonometrische Darstellung komplexer Zahlen.	16
3. Anwendung komplexer Zahlen in der Algebra	20
4. Exponentialfunktion für komplexe Argumente	22
5. Grenzprozesse im Komplexen	26

§ 2. Partialbruchzerlegung

6. Hilfssätze	28
7. Herstellung der Partialbruchzerlegung in einigen wichtigen Spezialfällen	33
8. Anwendung eines algebraischen Zerlegungssatzes auf die Partialbruchzerlegung.	39

§ 3. Integration algebraischer Funktionen

9. Integrale vom Typus $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$	43
10. Beispiele und Einzelausführungen	46
11. Weitere integre Typen irrationaler Funktionen	52

§ 4. Integration transzendenter Funktionen

12. Integranden vom Typus $R(e^{ax})$, $R(\sin x, \cos x)$	58
13. Systematische Anwendung der partiellen Integration. Algebraische Relationen zwischen unbestimmten Integralen	62
14. Beweis der Transzendenz von e	68

KAPITEL II

Begriff des mehrfachen Integrals

§ 5. Flächenintegrale über achsenparallele Rechtecke

15. Nullmengen	73
16. Hilfssätze über spezielle Rechtecksüberdeckungen	77
17. Flächenintegrale über achsenparallele Rechtecke. Definition	81
18. Flächenintegrale über achsenparallele Rechtecke. Konvergenzbeweis	83
19. Eigenschaften der Integrale über achsenparallele Rechtecke.	86
20. Reduktion eines Rechtecksintegrals	88
21. Anwendungen und Erweiterungen	91

§ 6. Einfache Integrale im allgemeinen Fall

22. Integrale auf einer Geraden	94
23. Partielle Integration und Variablensubstitution bei einfachen Integralen	97
24. Bestimmte Integrale als stetige Funktionen eines Parameters	100
25. Die Leibnizsche Regel	102
26. Der Satz von Arzelà und Vertauschung der Integrationsordnung	104
27. Approximation beschränkt integrierbarer Funktionen durch stückweise lineare	110
28. Der zweite Mittelwertsatz der Integralrechnung	111

§ 7. Flächenintegrale über beliebige quadrierbare Bereiche

29. Definition des Flächenintegrals über quadrierbare Bereiche	113
30. Flächeninhalt quadrierbarer Bereiche	117
31. Der Mittelwertsatz	121
32. Reduktion des allgemeinen Flächenintegrals	124
33. Reduktion von Volumenintegralen	127

KAPITEL III

Berechnung mehrfacher Integrale**§ 8. Linienintegrale**

34. Definition des Linienintegrals	133
35. Die Riemannsche Reduktionsformel für kanonische Bereiche	135
36. Die Riemannsche Reduktionsformel für zusammengesetzte Bereiche	138
37. Der Zerschneidungssatz	141

§ 9. Anwendungen der Linienintegrale. Totale Differentiale

38. Darstellung des Flächeninhalts als Linienintegral	144
39. Die isoperimetrische Ungleichung	145
40. Integration totaler Differentiale in einem zweidimensionalen Intervall	148
41. Integration totaler Differentiale in einem einfach zusammenhängenden Gebiet	151
42. Integrierbarkeitsbedingungen für beliebig viele Variablen	153
43. Zusätzliche Bemerkungen über Integration totaler Differentiale	156

§ 10. Variablensubstitution in Flächenintegralen

44. Die Transformationsformel	159
45. Anwendung der Linienintegrale	163
46. Hilfssätze zum Beweis der Transformationsformel	165
47. Beweis der Transformationsformel für Flächenintegrale	167
48. Ergänzende Bemerkungen zur Transformation von Flächenintegralen	169

KAPITEL IV

Anwendungen mehrfacher Integrale**§ 11. Oberfläche und Oberflächenintegrale**

49. Definition der Oberfläche	172
50. Darstellung der Oberfläche und Oberflächenintegrale	174
51. Der Fundamentalsatz der Vektoranalysis	178
52. Die Divergenz eines Vektors	184
53. Die vektortheoretische Fassung und der Beweis des Fundamentalsatzes unter allgemeineren Voraussetzungen	186
54. Der Stokessche Satz	191
55. Die vektortheoretische Fassung des Stokesschen Satzes	195

§ 12. Weitere Anwendungen mehrfacher Integrale

56. Berechnung der Volumina	197
57. Volumen einer Rotationsfläche	200
58. Massenmittelpunkte	202
59. Schwerpunkte	204
60. Die Guldinschen Regeln	206

KAPITEL V

Einfache uneigentliche Integrale**§ 13. Einfache uneigentliche Integrale**

61. Definition von \int^{∞}	211
62. Absolute Konvergenz der Integrale vom Typus \int^{∞}	216
63. Weitere Integrale mit unendlichen Grenzen	218
64. Integranden mit Unendlichkeitsstellen im Endlichen	220
65. Weitere Typen uneigentlicher Integrale	223
66. Bedingt konvergente Integrale für Funktionen mit einer reduzierten Menge von Unendlichkeitsstellen	226
67. Allgemeines über die Berechnung uneigentlicher Integrale	230

§ 14. Grenzübergang unter dem Integralzeichen

68. Gleichmäßige Existenz bei uneigentlichen Integralen	238
69. Hauptsatz über den Grenzübergang unter dem Integralzeichen	244
70. Beispiele	247
71. Gliedweise Integration unendlicher Reihen	250
72. Differentiation und Integration nach dem Parameter. Vertauschung der Integrationsordnung	253

§ 15. Berechnung einiger bestimmter Integrale

73. Laplacesche Integrale	261
74. Die Fresnelschen Integrale	263
75. Das Integral $\int_0^{\infty} \frac{\cos \alpha x}{a^2 + x^2} dx$	266

76. Integrale von Cauchy-Frullani und ihre Verallgemeinerungen	268
77. Weitere Beispiele bestimmter Integrale.	274

KAPITEL VI

Mehrfache uneigentliche Integrale und die Gammafunktion**§ 16. Uneigentliche mehrfache Integrale**

78. Definition eines uneigentlichen mehrfachen Integrals.	277
79. Absolute Konvergenz uneigentlicher Integrale.	279
80. Abhängigkeit des Integrals vom Integrationsgebiet	282
81. Die Variablentransformation	285
82. Grenzübergang unter dem Integralzeichen. Der Satz von Lebesgue.	287
83. Berechnung uneigentlicher Flächenintegrale durch wiederholte Integration	289
84. Beispiele uneigentlicher mehrfacher Integrale	294
85. Die Cauchy-Schwarzsche Ungleichung für Integrale	297

§ 17. Die Gammafunktion

86. Definition und Funktionalgleichung der Gammafunktion	300
87. Die Moivre-Stirlingsche Formel für $\Gamma(t)$	303
88. Die Eulersche Produktdarstellung für $\Gamma(t)$	304
89. Die Gaußsche Produktformel	306
90. Das B -Integral	308
91. Das Integral $\int_0^{\infty} \frac{x^p}{x^2 + 2x \cos \lambda + 1} dx$. Abhängigkeit von λ	311
92. Die Bestimmung von $\gamma(p)$	312
93. Folgerungen aus (92, 7) und (92, 8)	314

KAPITEL VII

Fourier-Reihen und Fourier-Integrale**§ 18. Fourier-Reihen**

94. Das Fundamentallema	319
95. Das Dirichletsche Integral	323
96. Das Orthogonalsystem der trigonometrischen Funktionen	330
97. Fourier-Reihen. Ansatz	333
98. Fourier-Reihen. Der Fundamentalsatz	336
99. Spezialisierungen und Beispiele der Fourier-Entwicklung	338
100. Konjugierte trigonometrische Reihe	348
101. Verschiedene Schreibweisen der Fourier-Reihe	350

§ 19. Ergänzungen und Anwendungen zur Theorie der Fourier-Reihen

102. Orthogonalsysteme und die Besselsche Ungleichung	354
103. Die Vollständigkeitsrelation und die Parsevalsche Formel	358

104. Konvergenzdefekte bei Fourier-Reihen	363
105. Die Poissonsche Summenformel und die Transformation der θ -Funktion	366
106. Erzwungene Schwingungen eines linearen Oszillators.	369
§ 20. Fourier-Integrale	
107. Die Herleitung der Fourierschen Integralformel	374
108. Verschiedene Formen des Fourier-Integrals	379
109. Beispiele	382
110. Die Faltung	384
111. Der Rayleigh-Plancherelsche Satz	386
Verzeichnis der verwendeten Symbole	391
Register.	392
Berichtigungen zu Band II (1961)	396