

# Inhaltsverzeichnis.

## Kapitel I.

### Kurven doppelter Krümmung.

	Seite
§ 1. Tangente und Normalenebene . . . . .	1
§ 2. Die erste Krümmung oder Flexion . . . . .	2
§ 3. Die Schmiegungeebene . . . . .	4
§ 4. Hauptnormale und Binormale . . . . .	6
§ 5. Die zweite Krümmung oder Torsion . . . . .	8
*§ 6. Frenetsche Formeln . . . . .	9 *
§ 7. Das Vorzeichen der Torsion . . . . .	10
§ 8. Die natürlichen Gleichungen einer Kurve . . . . .	12 *
§ 9. Integration der natürlichen Kurvengleichungen . . . . .	13 *
§ 10. Zylindrische Schraubenlinien . . . . .	15 *
§ 11. Formeln für zylindrische Schraubenlinien . . . . .	17 *
§ 12. Enveloppe von $\infty^1$ Flächen . . . . .	19
§ 13. Abwickelbare Flächen . . . . .	21
§ 14. Polardeveloppable einer Kurve . . . . .	23
§ 15. Ort der Mitten der Schmiegungekuugeln . . . . .	24
§ 16. § 17. Evoluten und Evolventen. . . . .	26
§ 18. Orthogonale Trajektorien von $\infty^1$ Ebenen . . . . .	29
§ 19. Kurven mit gemeinsamen Hauptnormalen . . . . .	30
§ 20. Gleichungen der Bertrandschen Kurven . . . . .	32

## Kapitel II.

### Binäre quadratische Differentialformen.

§ 21. Allgemeines über binäre quadratische Differentialformen . . . . .	34
§ 22. Differentialinvarianten und Differentialparameter . . . . .	37
§ 23. Erste Differentialparameter $\Delta_1 U, \nabla(U, V)$ . . . . .	38
§ 24. Äquivalenz von Differentialformen. — Christoffelsche Formeln. . . . .	39
§ 25. Eigenschaften der Christoffelschen Dreiindizesymbole . . . . .	42
§ 26. Kovariante zweite Differentialquotienten und zweite Differentialparameter $\Delta_2 U, \Delta_{22} U$ . . . . .	44
§ 27. Integrabilitätsbedingungen für die Christoffelschen Formeln. . . . .	46
§ 28. Vierindizesymbole und ihre Eigenschaften . . . . .	48
§ 29. Krümmung einer binären Form. . . . .	50
§ 30. Formen konstanter oder verschwindender Krümmung. . . . .	51
§ 31. Simultane quadratische Formen. — Reduktion auf die Normalform . . . . .	53
§ 31*. Kubische und lineare Kovariante. . . . .	55

## Kapitel III.

### Krummlinige Koordinaten auf den Flächen.

#### Konforme Abbildung.

§ 32. Krummlinige Koordinaten auf einer Fläche . . . . .	58
§ 33. Linienelement der Fläche . . . . .	60
§ 34. Winkel einer Flächenkurve mit den Parameterlinien . . . . .	63

	Seite
§ 35. Christoffelsche Symbole, Differentialparameter und Krümmungsmaß . . . . .	65
§ 36. Einführung neuer krummliniger Koordinaten . . . . .	67
§ 37. Isothermensysteme . . . . .	69
§ 38. Isometrische Parameter . . . . .	71
§ 39. Liescher Satz über Isothermensysteme . . . . .	72
§ 40. Konforme Abbildung einer Fläche auf die Ebene oder auf eine andere Fläche . . . . .	74
§ 41. Allgemeine Lösung des Problems der konformen Abbildung . . . . .	75
§ 42. Isothermensysteme auf den Rotationsflächen . . . . .	77
§ 43. Stereographische Polarprojektion der Kugelfläche . . . . .	78
§ 44. Doppelte Orthogonalsysteme von Kreisen auf der Kugel und in der Ebene . . . . .	79
§ 45. Darstellung der Bewegungen der komplexen Kugelfläche in sich mittels linearer Substitutionen nach Cayley . . . . .	80

## Kapitel IV.

### Die Fundamentalgleichungen der Flächentheorie.

§ 46. Die beiden quadratischen Fundamentalformen der Fläche . . . . .	84
§ 47. Formeln für die zweiten Ableitungen von $x, y, z$ und für die ersten Ableitungen von $X, Y, Z$ . . . . .	86
§ 48. Formeln von Gauß und Mainardi-Codazzi zwischen den Koeffizienten $E, F, G, D, D', D''$ der beiden Fundamentalformen . . . . .	89
§ 49. Existenz und Eindeutigkeit der Fläche, die zwei solchen gegebenen Fundamentalformen entspricht, welche den Gleichungen von Gauß und Codazzi genügen . . . . .	92
§ 50. Beendigung des Existenzbeweises . . . . .	94
§ 51. Krümmungslinien der Fläche . . . . .	96
§ 52. Hauptkrümmungsradien der Fläche . . . . .	98
§ 53. Radien der ersten Krümmung der Flächenkurven und Meusnierscher Satz . . . . .	99
§ 54. Eulersche Formel und Dupinsche Indikatrix . . . . .	101
§ 55. Totale und mittlere Krümmung . . . . .	104
§ 56. Konjugierte Systeme . . . . .	106
§ 57. Haupttangentenkurven . . . . .	108
§ 58. Laplacesche Gleichung für die Koordinaten $x, y, z$ der Flächenpunkte bei Zugrundelegung konjugierter Parameterlinien . . . . .	108
§ 59. Einige Anwendungen . . . . .	111
§ 60. Berechnung der Differentialparameter . . . . .	114

## Kapitel V.

### Die sphärische Abbildung nach Gauß. — Ebenenkoordinaten.

§ 61. Sphärische Abbildung nach Gauß . . . . .	117
§ 62. Eigenschaften der Gaußischen Abbildung und Satz von Enneper über die Torsion der Haupttangentenkurven . . . . .	119
§ 63. Zweiter Beweis und Präzisierung des Enneperschen Satzes . . . . .	121
§ 64. Allgemeine Formeln für die sphärische Abbildung . . . . .	123
§ 65. Die Flächen bezogen auf ihre Haupttangentenkurven . . . . .	125
§ 66. Haupttangentenkurven auf den Minimalflächen . . . . .	128
§ 67. Haupttangentenkurven der pseudosphärischen Flächen . . . . .	129
§ 68. Formeln von Lelievre . . . . .	130
§ 69. Die Flächen bezogen auf ein konjugiertes System . . . . .	133
§ 70. Flächen mit positiver Krümmung bezogen auf ein isotherm-konjugiertes System . . . . .	135

§ 71. Formeln für isotherm-konjugierte Systeme . . . . .	137
§ 72. Formeln von Weingarten für die Ebenenkoordinaten der Fläche . . . . .	139
§ 73. Flächen mit gegebenem Bilde eines konjugierten Systems . . . . .	141
§ 74. Flächen mit einer Schar Krümmungslinien in parallelen Ebenen . . . . .	142

## Kapitel VI.

### Geodätische Krümmung. — Geodätische Linien.

§ 75. Tangentiale oder geodätische Krümmung orthogonaler Parameterlinien . . . . .	145
§ 76. Bonnetscher Ausdruck für die geodätische Krümmung . . . . .	147
§ 77. Liouvillescher Ausdruck für die Krümmung einer Fläche . . . . .	149
§ 78. Geodätische Linien . . . . .	151
§ 79. Kürzeste Flächenkurve zwischen zwei gegebenen Punkten . . . . .	153
§ 80. Gaußsche Form der Differentialgleichung der geodätischen Linien . . . . .	154
§ 81. Geodätisch parallele Linien . . . . .	157
§ 82. Geodätische Kreise . . . . .	159
§ 83. Geodätische Ellipsen und Hyperbeln . . . . .	162
§ 84. Torsion einer geodätischen Linie . . . . .	163
§ 85. Geodätische Torsion einer Flächenkurve . . . . .	165
§ 86. Allgemeine Sätze über die Integration der Differentialgleichung der geodätischen Linien . . . . .	167
§ 87. Jacobischer Satz über die Differentialgleichung der geodätischen Linien . . . . .	169
§ 88. Geodätische Linien auf den Liouvilleschen Flächen . . . . .	170
§ 89. Geodätische Linien auf den Rotationsflächen . . . . .	172
§ 90. Gaußscher Satz über die Totalkrümmung eines geodätischen Dreiecks . . . . .	173
§ 91. Doppelte Orthogonalssysteme von Kurven konstanter geodätischer Krümmung . . . . .	174

## Kapitel VII.

### Aufeinander abwickelbare Flächen.

§ 92. Definition der Abwickelbarkeit von Flächen aufeinander . . . . .	177
§ 93. Gaußscher Satz von der Unveränderlichkeit des Krümmungsmaßes bei Verbiegung . . . . .	179
§ 94. Kriterien dafür, ob zwei gegebene Flächen aufeinander abwickelbar sind . . . . .	181
§ 95. Flächen, die auf Rotationsflächen abwickelbar sind . . . . .	182
§ 96. Fall der Flächen von konstantem Krümmungsmaß . . . . .	184
§ 97. Abwickelbarkeit eines Stückes einer Fläche von konstantem Krümmungsmaß auf ein beliebiges anderes Stück derselben Fläche . . . . .	186
§ 98. Das Linienelement der pseudosphärischen Flächen . . . . .	187
§ 99. Pseudosphärische Rotationsflächen . . . . .	188
§ 100. Abwicklung einer allgemeinen pseudosphärischen Fläche auf eine pseudosphärische Rotationsfläche . . . . .	191
§ 101. Flächen, die eine stetige Verbiegung in sich zulassen . . . . .	193
§ 102. Aufeinander abwickelbare Rotationsflächen . . . . .	194
§ 103. Beispiel: Rotationsflächen konstanter Krümmung . . . . .	196
§ 104. Theorem von Bour über Schraubenflächen . . . . .	197
§ 105. Beispiele zur Abwicklung von Schraubenflächen auf Rotationsflächen . . . . .	199
§ 106. Das allgemeine Problem der Verbiegung von Flächen . . . . .	200
§ 107. Partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung, von der die Verbiegung einer gegebenen Fläche abhängt . . . . .	201
§ 108. Verbiegung einer Fläche mit einer starren Kurve . . . . .	203

§ 109. Verbiegung, bei der eine gegebene Kurve in eine andere gegebene Kurve übergeht . . . . .	206
§ 110. Nachweise für die verbogene Fläche . . . . .	208
§ 111. Besondere Verbiegungen . . . . .	210
§ 112. Virtuelle Haupttangentialkurven und Darbouxssche Gleichungen . . . . .	212
§ 113. Verbiegung mit zwei beliebigen virtuellen Haupttangentialkurven . . . . .	214
§ 114. Verbiegungen mit starrer Haupttangentialkurve. — Bonnetscher Satz . . . . .	217

## Kapitel VIII.

### Verbiegung der Linienflächen.

§ 115. Aufeinander abwickelbare Linienflächen . . . . .	219
§ 116. Zweiter Beweis des Bonnetschen Satzes . . . . .	220
§ 117. Beltramischer Satz und Folgerungen daraus . . . . .	222
§ 118. Linienelement einer Linienfläche . . . . .	223
§ 119. Striktionslinie und darauf bezügliche Sätze von Bonnet . . . . .	225
§ 120. Haupttangentialkurven der zweiten Schar. — Formel von Chasles . . . . .	227
§ 121. Verbiegung einer Linienfläche nach der Methode von Minding . . . . .	229
§ 122. Methode von Beltrami und die darauf bezüglichen Fundamentalgleichungen . . . . .	231
§ 123. Problem, eine Linienfläche derart zu verbiegen, daß eine auf ihr gegebene Kurve eine Haupttangentialkurve wird . . . . .	233
§ 124. Problem, eine Linienfläche derart zu verbiegen, daß eine auf ihr gegebene Kurve eben oder eine Krümmungslinie wird . . . . .	235
§ 125. Linienflächen, die auf Rotationsflächen abwickelbar sind . . . . .	236
§ 126. Satz von Chieffi . . . . .	238

## Kapitel IX.

### Evolutenfläche und Weingartenscher Satz.

§ 127. Die geodätischen Linien der Evolutenfläche, die den Krümmungslinien der Evolventenfläche entsprechen . . . . .	239
§ 128. Formeln für die Evolutenfläche . . . . .	241
§ 129. Weitere Eigenschaften der Evolutenfläche . . . . .	243
§ 130. Beltramis Konstruktion des Radius der geodätischen Krümmung . . . . .	244
§ 131. Evolventen- und Evolutenmittelfläche nach Ribaucour . . . . .	246
§ 132. $W$ -Flächen, deren Hauptkrümmungsradien durch eine Gleichung verbunden sind . . . . .	248
§ 133. Satz von Ribaucour über das Entsprechen der Krümmungslinien auf den beiden Mänteln der Evolutenfläche . . . . .	250
§ 134. Lies Satz über die Bestimmung der Krümmungslinien der $W$ -Flächen mittels Quadraturen . . . . .	251
§ 135. Weingartens Satz über die Abwickelbarkeit der beiden Evolutenmäntel auf Rotationsflächen . . . . .	252
§ 136. Beltramis Satz über die Normalensysteme von Flächen, die zugleich Flächen berühren . . . . .	254
§ 137. Beweis der Umkehrung des Weingartenschen Satzes . . . . .	255
§ 138. Besondere Formen des Linienelements auf der Kugel, die den $W$ -Flächen entsprechen . . . . .	256
§ 139. Anwendung auf die Bestimmung der Minimalflächen: $r_1 + r_2 = 0$ und der Weingartenschen Flächen: $2(r_2 - r_1) = \sin 2(r_2 + r_1)$ . . . . .	258
§ 140. Evolventen- und Ergänzungsflächen der pseudosphärischen Flächen . . . . .	259

## Kapitel X.

## Strahlensysteme (Kongruenzen).

	Seite
§ 141. Strahlensysteme . . . . .	262
§ 142. Formeln für Strahlensysteme . . . . .	263
§ 143. Grenzpunkte und Hauptebenen . . . . .	265
§ 144. Isotrope Kongruenzen von Ribaucour. — Hauptflächen . . . . .	267
§ 145. Gleichung zur Bestimmung der Grenzpunkte. . . . .	269
§ 146. Abwickelbare Flächen und Brennpunkte des Strahlensystems . . . . .	270
§ 147. Brennflächen des Strahlensystems. . . . .	272
§ 148. Normalensysteme . . . . .	274
§ 149. Malus-Dupinscher Satz . . . . .	275
§ 150. Strahlensysteme mit gegebenem sphärischen Bilde der Hauptflächen. . . . .	277
§ 151. Lösung der gestellten Aufgabe . . . . .	278
§ 152. Anwendung auf isotrope Strahlensysteme . . . . .	279
§ 153. Strahlensysteme mit gegebenem sphärischen Bilde der abwickelbaren Flächen . . . . .	280
§ 154. Formeln für die beiden Brennmäntel . . . . .	282
§ 155. Fortsetzung. . . . .	285
§ 156. Pseudosphärische Strahlensysteme . . . . .	288
§ 157. Guichardsche Strahlensysteme. — Guichardsche und Vossische Flächen . . . . .	290

## Kapitel XI.

## Unendlich kleine Verbiegungen der Flächen und Entsprechen durch Orthogonalität der Elemente.

§ 158. Zusammenhang der Aufgabe der unendlich kleinen Verbiegungen mit der Frage nach Paaren von Flächen, die sich durch Orthogonalität der Elemente entsprechen, sowie nach Paaren aufeinander abwickelbarer Flächen. . . . .	292
§ 159. Die charakteristische Funktion $\varphi$ und die charakteristische Gleichung . . . . .	294
§ 160. Umformung der charakteristischen Gleichung . . . . .	297
§ 161. Die bei einer unendlich kleinen Verbiegung assoziierten Flächen . . . . .	299
§ 162. Zurückführung der charakteristischen Gleichung auf ihre beiden Normalformen . . . . .	301
§ 163. Das konjugierte System, das bei einer unendlich kleinen Verbiegung konjugiert bleibt . . . . .	303
§ 164. Eigenschaften von Flächen, die einander durch Orthogonalität der Elemente entsprechen . . . . .	305
§ 165. Die Ribaucourschen Strahlensysteme . . . . .	308
§ 166. Sätze über Ribaucoursche Strahlensysteme . . . . .	309
§ 167. Besondere Klassen von Ribaucourschen Strahlensystemen . . . . .	311
§ 168. Kurzer Abriß einer zweiten Methode, die Aufgabe der unendlich kleinen Verbiegungen zu behandeln . . . . .	313
§ 169. Anwendungen der zweiten Methode. . . . .	315

## Kapitel XII.

## W-Strahlensysteme.

§ 170. Moutards Satz über die Laplaceschen Gleichungen von der Form: $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial u \partial v} = M \varphi . . . . .$	317
§ 171. Geometrische Deutung des Moutardschen Satzes . . . . .	319

	Seite
§ 172. <i>W</i> -Strahlensysteme . . . . .	321
§ 173. Ableitung aller <i>W</i> -Strahlensysteme aus unendlich kleinen Verbiegungen der Brennflächen . . . . .	322
§ 174. Verallgemeinerung des Halphenschen Satzes . . . . .	326
§ 175. Neuer Beweis des Weingartenschen Satzes . . . . .	327
§ 176. <i>W</i> -Strahlensysteme, die der Gleichung: $\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial u \partial v} = 0$ entsprechen . . . . .	329
§ 177. <i>W</i> -Normalensysteme, die der Gleichung: $\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial u \partial v} = 0$ entsprechen . . . . .	331
§ 178. <i>W</i> -Normalensysteme, die der Gleichung: $\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial v^2} = 0$ entsprechen . . . . .	333
§ 179. Bestimmung aller auf das Rotationsparaboloid abwickelbaren Flächen . . . . .	335
§ 180. <i>W</i> -Strahlensysteme, deren Brennmäntel in entsprechenden Punkten gleiche Krümmung haben . . . . .	337
§ 181. Zurückführung ihrer Bestimmung auf eine Riccatische Gleichung . . . . .	339
§ 182. Sätze von Cosserat . . . . .	342
§ 183. Beispiele . . . . .	343

### Kapitel XIII.

#### Die normalen Kreissysteme.

§ 184. Bedingung dafür daß eine Schar von $\infty^3$ Kurven eine Schar Orthogonalflächen hat . . . . .	345
§ 185. Normale Kreissysteme und Sätze von Ribaucour . . . . .	346
§ 186. Formeln für normale Kreissysteme . . . . .	348
§ 187. Laplacesche Gleichung, von der die normalen Kreissysteme abhängen . . . . .	350
§ 188. Dreifaches Orthogonalsystem von Flächen, das zu einem normalen Kreissystem gehört . . . . .	352
§ 189. Zyklische Strahlensysteme . . . . .	353
§ 190. Strahlensysteme, die auf unendlich viele Weisen zyklisch sind . . . . .	355
§ 191. Die normalen Kreissysteme gleich großer Kreise . . . . .	357
§ 192. Ausdruck für das Linienelement des Raumes, bezogen auf ein normales Kreissystem. . . . .	359
§ 193. Bestimmung der sphärischen Bilder der Abwickelbaren eines zyklischen Strahlensystems . . . . .	360

### Kapitel XIV.

#### Die Minimalflächen.

§ 194. Geschichtlicher Überblick bis auf Meusnier . . . . .	362
§ 195. Neuere Untersuchungen über Minimalflächen . . . . .	363
§ 196. Formeln von Weierstraß . . . . .	364
§ 197. Algebraische Minimalflächen . . . . .	367
§ 198. Minimal-Doppelflächen . . . . .	368
§ 199. Verbiegung der Minimalflächen, wobei sie beständig Minimalflächen bleiben. . . . .	371
§ 200. Assoziierte Minimalflächen. — Konjugierte Minimalflächen . . . . .	372
§ 201. Sätze über assoziierte Minimalflächen . . . . .	373
§ 202. Minimalflächen mit ebenen Krümmungslinien . . . . .	375
§ 203. Ennepersche Minimalfläche . . . . .	376
§ 204. Bestimmung aller Minimalflächen mit ebenen Krümmungslinien . . . . .	377
§ 205. Die auf Rotationsflächen abwickelbaren Minimalflächen . . . . .	378
§ 206. Die Minimal-Schraubenflächen . . . . .	379

	Seite
§ 207. Andere Gestalt der Weierstraßischen Formeln . . . . .	381
§ 208. Formeln von Schwarz . . . . .	383
§ 209. Lösung der Aufgabe, durch einen gegebenen Streifen eine Minimalfläche hindurchzulegen . . . . .	384
§ 210. Besondere Fälle . . . . .	385
§ 211. Kriterium dafür, daß eine Fläche in eine Minimalfläche verbiegbare ist . . . . .	387

## Kapitel XV.

### Das Plateausche Problem und die Schwarzsche Minimalfläche.

§ 212. Das Plateausche Problem . . . . .	389
§ 213. Konforme Abbildung der Minimalfläche auf die Gaußsche Kugel und auf die Ebene . . . . .	390
§ 214. Fall einer aus geradlinigen Strecken und aus Ebenen bestehenden Begrenzung . . . . .	391
§ 215. Fall des von zwei Paar Gegenseiten eines regulären Tetraeders gebildeten Vierecks . . . . .	393
§ 216. Oktaedernetz auf der Kugel . . . . .	395
§ 217. Konforme Abbildung des Oktaedernetzes . . . . .	397
§ 218. Analytische Darstellung der Gruppe der 24 Drehungen des Oktaedernetzes . . . . .	398
§ 219. Nachweis für die konforme Abbildung des Oktaedernetzes vermöge der aufgestellten Gleichungen . . . . .	400
§ 220. Bestimmung von $F(r)$ für die Schwarzsche Minimalfläche . . . . .	401
§ 221. Analytische Darstellung der Schwarzschen Minimalfläche . . . . .	403
§ 222. Besondere Kurven auf der Schwarzschen Minimalfläche . . . . .	404
§ 223. Einfachere Form der Gleichungen der Schwarzschen Minimalfläche . . . . .	406
§ 224. Begrenzungskurven . . . . .	409
§ 225. Die Gruppe von Bewegungen, welche die Schwarzsche Fläche un geändert läßt . . . . .	410
§ 226. Ausgezeichnete Untergruppe von Translationen . . . . .	412
§ 227. Nachweis für die eigentliche Diskontinuität der Bewegungsgruppe der Schwarzschen Fläche . . . . .	413
§ 228. Analytische Fortsetzung der Schwarzschen Minimalfläche . . . . .	415
§ 229. Die zur Schwarzschen Fläche konjugierte Minimalfläche . . . . .	417
§ 230. Die Gruppe der konjugierten Fläche . . . . .	418
§ 231. Die zweite Variation des Flächeninhalts einer Minimalfläche . . . . .	420
§ 232. Untersuchung der zweiten Variation . . . . .	421
§ 233. Satz von Schwarz über die zweite Variation . . . . .	422

## Kapitel XVI.

### Pseudosphärische Geometrie.

§ 234. Zweidimensionale Mannigfaltigkeit konstanter Krümmung . . . . .	424
§ 235. Konforme Abbildung der pseudosphärischen Flächen auf die Halbebene . . . . .	425
§ 236. Darstellung der Bewegungen der Fläche in sich durch lineare Substitutionen der komplexen Veränderlichen . . . . .	427
§ 237. Bewegungen erster Art . . . . .	428
§ 238. Bewegungen zweiter Art . . . . .	429
§ 239. Abänderung der konformen Abbildung . . . . .	431
§ 240. Abbildung der Kurven konstanter geodätischer Krümmung . . . . .	432
§ 241. Die drei Arten von geodätischen Kreisen . . . . .	433
§ 242. Der Parallelitätswinkel . . . . .	434

	Seite
§ 243. Geodätische Dreiecke . . . . .	436
§ 244. Pseudosphärische Trigonometrie . . . . .	437
§ 245. Überblick über die nichteuklidische Geometrie. . . . .	440
§ 246. Beltramsche Abbildung . . . . .	440
§ 247. Flächen, die auf die Ebene geodätisch abbildbar sind . . . . .	442
§ 248. Die Riccatische Differentialgleichung für die geodätischen Linien . . . . .	443

## Kapitel XVII.

### Die pseudosphärischen Flächen und die Bäcklundsche Transformation.

§ 249. Cauchys Aufgabe über Flächen konstanter Krümmung . . . . .	446
§ 250. Pseudosphärische Fläche mit zwei gegebenen Haupttangentenkurven . . . . .	448
§ 251. Vorhandensein und Eindeutigkeit der Lösung . . . . .	449
§ 252. Analytischer Fall . . . . .	453
§ 253. Verbiegungen mit einer starren Haupttangentenkurve . . . . .	455
§ 254. Bäcklundsche Transformationen . . . . .	456
§ 255. Formeln für die Bäcklundsche Transformation . . . . .	458
§ 256. Nachweise für die Eigenschaften der Bäcklundschen Transformation. . . . .	460
§ 257. Fall der Komplementärtransformation . . . . .	461
§ 258. Unendlich kleine Verbiegungen der beiden Brennmäntel eines pseudosphärischen Strahlensystems . . . . .	463
§ 259. Die vier Evolutenmäntel bei einer Bäcklundschen Transformation . . . . .	464
§ 260. Der Vertauschbarkeitssatz . . . . .	466
§ 261. Berechnungen und Nachweise für die Fläche $S'$ . . . . .	470
§ 262. Aufeinanderfolgende Anwendung der Bäcklundschen Transformation . . . . .	471
§ 263. Geodätische Linien auf den abgeleiteten Flächen . . . . .	474
§ 264. Anwendung auf Dinische Schraubenflächen und auf die Komplementärfläche der Pseudosphäre . . . . .	475
§ 265. Zusammensetzung zweier konjugiert imaginärer Bäcklundscher Transformationen. . . . .	477
§ 266. Zusammensetzung zweier entgegengesetzter Transformationen $B_\sigma$ und $B_{-\sigma}$ . . . . .	479
§ 267. Unterscheidung der drei Gestalten der Meridiankurve . . . . .	481
§ 268. Liesche Transformation der pseudosphärischen Flächen. . . . .	484

## Kapitel XVIII.

### Transformationen der Flächen konstanter positiver Krümmung und ihre Beziehungen zu den Biegungsflächen der Rotationsflächen zweiten Grades.

§ 269. Biegungsflächen der Kugel und Hazzidakische Transformation . . . . .	487
§ 270. Zusammenhang mit den Flächen konstanter mittlerer Krümmung . . . . .	489
§ 271. Bonnet-Liesche Transformation . . . . .	490
§ 272. Bäcklundsche Transformation . . . . .	491
§ 273. Der Vertauschbarkeitssatz und die Zusammensetzung imaginärer Transformationen zu reellen . . . . .	494
§ 274. Fall: $b = 0$ . — Biegungsfläche $S_0$ des Rotationsellipsoids. . . . .	497
§ 275. Fall: $b = \frac{\pi}{2}$ . — Biegungsfläche $S_0$ des zweischaligen Rotationshyperboloids. . . . .	499
§ 276. Verbiegung von Kugelkongruenzen und Strahlensystemen . . . . .	500
§ 277. Formeln für die Verbiegung von Strahlensystemen. . . . .	503



	Seite
§ 278. Bestimmungsgrößen für die beiden Mäntel $\Sigma, \bar{\Sigma}$ der Kugelenvolpe.	506
§ 279. Fall, in dem die Fläche $\Sigma$ konstante mittlere Krümmung behält . . .	507
§ 280. Fall einer Minimalfläche. — Erster Guichardscher Satz . . . . .	510
§ 281. Fall: $H \neq 0$ . — Zweiter Guichardscher Satz . . . . .	512

## Kapitel XIX.

### Transformationen $B_k$ der auf das hyperbolische Paraboloid abwickelbaren Flächen.

§ 282. Unendlich-vieldeutige Transformationen der Flächenelemente des Raumes nach Lie . . . . .	516
§ 283. Grundlagen für die Theorie der Transformationen $B_k$ . . . . .	519
§ 284. Ableitung einiger Fundamentalformeln . . . . .	522
§ 285. Erste Formelgruppe für das hyperbolische Paraboloid . . . . .	524
§ 286. Beweis einiger Identitäten . . . . .	527
§ 287. Orientierung der Facetten $f_i$ . . . . .	529
§ 288. Grundlegende Differentialgleichungen für die Funktion $\lambda(u, v)$ . . . . .	531
§ 289. Unbeschränkte Integrierbarkeit des Gleichungensystems (I) . . . . .	533
§ 290. Transformationen $B_k$ der Biegungsflächen des hyperbolischen Paraboloids . . . . .	535
§ 291. Fall, in dem die Biegungsflächen Linienflächen sind . . . . .	536
§ 292. Berechnung des Linienelements der transformierten Flächen $S_1$ . . . . .	539
§ 293. Die Ivorysche Verwandtschaft und die Abwicklungsformeln . . . . .	541
§ 294. Nachweis der Abwickelbarkeit der Flächen $S_1$ auf das hyperbolische Paraboloid . . . . .	545
§ 295. Spezialfall der Biegungsflächen. — Singuläre Transformation $B_0$ . . . . .	549
§ 296. Entsprechen der Haupttangentenkurven auf $S$ und $S_1$ . . . . .	551
§ 297. Zweiter Beweis für das Entsprechen der Haupttangentenkurven . . . . .	553
§ 298. Weitere Eigenschaften der Transformationen $B_k$ . . . . .	555
§ 299. Entsprechen der dauernd konjugierten Systeme auf $S$ und $S_1$ . . . . .	556
§ 300. Wechselbeziehung zwischen $S$ und $S_1$ . . . . .	558
§ 301. Weitere Eigenschaften der Ivoryschen Verwandtschaft und Abschluß des Beweises . . . . .	559
§ 302. Expliziter Ausdruck für die unveränderliche Bewegung und für die Symmetrie . . . . .	562

## Kapitel XX.

### Transformationen $B_k$ der auf das einschalige Hyperboloid abwickelbaren Flächen.

§ 303. Erste Formelgruppe für das einschalige Hyperboloid . . . . .	565
§ 304. Einige grundlegende Identitäten . . . . .	567
§ 305. Orientierung der Facetten $f_i$ . . . . .	570
§ 306. Grundlegende Differentialgleichungen für die Funktion $\vartheta(u, v)$ . . . . .	571
§ 307. Unbeschränkte Integrierbarkeit des Gleichungensystems . . . . .	573
§ 308. Berechnung des Linienelements der Flächen $S_1$ . . . . .	575
§ 309. Die durch die Ivorysche Verwandtschaft gegebenen Abwicklungsgleichungen . . . . .	577
§ 310. Erste Transformation der Abwicklungsgleichungen . . . . .	580
§ 311. Abschluß des Nachweises der Abwickelbarkeit . . . . .	582
§ 312. Transformationen der Biegungslinienflächen des Hyperboloids . . . . .	584
§ 313. Eigenschaften der Transformationen $B_k$ . . . . .	586
§ 314. Wechselbeziehung zwischen $R$ und $R_1$ . . . . .	587
§ 315. Besonderer Fall des einschaligen Rotationshyperboloids . . . . .	589

## Kapitel XXI.

**Transformationen  $B_k$  der auf andere Flächen zweiten Grades abwickelbaren Flächen.**

	Seite
§ 316. Allgemeines . . . . .	592
§ 317. Transformationen $B_k$ der Biegungsflächen des elliptischen Paraboloids . . . . .	594
§ 318. Ideelle Abwickelbarkeit der Transformationsflächen $S_1$ auf das elliptische Paraboloid . . . . .	596
§ 319. Transformationen $B_k$ der auf das elliptische Paraboloid ideell abwickelbaren Flächen. . . . .	598
§ 320. Transformationen $B_k$ der Biegungsflächen des zweischaligen Hyperboloids. . . . .	602
§ 321. Fall des Ellipsoids. — Änderung der Bezeichnungen . . . . .	605
§ 322. Transformationen $B_k$ der Biegungsflächen des Ellipsoids . . . . .	607
§ 323. Transformationen $B_k$ der auf das ideelle Gebiet des hyperbolischen Paraboloids abwickelbaren Flächen . . . . .	610
§ 324. Transformationen $B_k$ der reellen, auf das imaginäre Gebiet des einschaligen Hyperboloids abwickelbaren Flächen. . . . .	613
§ 325. Biegungsflächen der imaginären Kugel . . . . .	615
§ 326. Neue Formeln für die Bäcklund'sche Transformation der pseudosphärischen Flächen . . . . .	617
§ 327. Vergleich mit den allgemeinen Eigenschaften der Transformationen $B_k$ . . . . .	619
§ 328. Bemerkungen über den Vertauschbarkeitssatz . . . . .	622

## Kapitel XXII.

**Allgemeine Sätze über dreifache orthogonale Flächensysteme.**

§ 329. Krummlinige Koordinaten im Raume . . . . .	625
§ 330. Darboux-Dupinscher Satz . . . . .	627
§ 331. Folgerungen aus dem Darboux-Dupinschen Satze. . . . .	630
§ 332. Differentialgleichungen für die Richtungskosinus des Haupttrieders . . . . .	631
§ 333. Die Lamé'schen Gleichungen als notwendige und hinreichende Bedingungen . . . . .	634
§ 334. Konforme Abbildungen des Raumes. . . . .	636
§ 335. Hauptkrümmungsradien der Parameterflächen. — Krümmungen der Parameterlinien . . . . .	638
§ 336. Äquidistanzkurven und Cayley'sche Gleichung . . . . .	640
§ 337. Combesuresche Transformation . . . . .	643

## Kapitel XXIII.

**Untersuchung einiger spezieller dreifacher Orthogonalsysteme.**

§ 338. Dreifache Orthogonalsysteme, die eine Schar von Rotationsflächen enthalten . . . . .	646
§ 339. Oskulierende Zykelsysteme. . . . .	647
§ 340. Dreifache Orthogonalsysteme mit einer Schar von ebenen Krümmungslinien . . . . .	648
§ 341. Fortsetzung. . . . .	651
§ 342. Erledigung dieses Problems . . . . .	653
§ 343. Konfokale Flächen zweiten Grades . . . . .	655
§ 344. Elliptische Koordinaten . . . . .	656

	Seite
§ 345. Chaslesscher Satz . . . . .	658
§ 346. Gemeinsame Evolutenflächen . . . . .	659
§ 347. Geodätische Linien auf Mittelpunktsflächen zweiten Grades . . . . .	660
§ 348. Geodätische Linien auf dem Ellipsoid . . . . .	662
§ 349. Joachimsthal'scher Satz . . . . .	664
§ 350. Geodätische Linien durch die Nabelpunkte . . . . .	666
§ 351. Einführung elliptischer Funktionen . . . . .	668
§ 352. Linienelement auf dem Ellipsoid . . . . .	670
§ 353. Verlauf der geodätischen Linien . . . . .	672

## Kapitel XXIV.

### Die aus Flächen konstanter Krümmung bestehenden Laméschen Flächenfamilien.

§ 354. Dreifache pseudosphärische Orthogonalsysteme . . . . .	675
§ 355. Partielle Differentialgleichungen für die Funktion $\omega$ . . . . .	678
§ 356. Aus Flächen konstanter positiver Krümmung bestehende Lamésche Flächenfamilien . . . . .	680
§ 357. Verschiedene Beispiele . . . . .	682
§ 358. Bäcklund'sche Transformation dreifacher pseudosphärischer Systeme . . . . .	683
§ 359. Totale Differentialgleichung für die Funktion $\omega_1$ . . . . .	684
§ 360. Vertauschbarkeitssatz . . . . .	687
§ 361. Transformationen der Laméschen Flächenfamilien konstanter positiver Krümmung . . . . .	689
§ 362. Weingartensche Systeme . . . . .	690
§ 363. Äquidistanzkurven in Weingartenschen Systemen . . . . .	693
§ 364. Pseudosphärische Weingartensche Systeme konstanter Flexion . . . . .	694
§ 365. Zykelssysteme von konstantem Radius . . . . .	696
§ 366. Dreifaches Weingartensches System von Schraubenflächen . . . . .	698
§ 367. Bäcklund'sche Transformation Weingartenscher Systeme . . . . .	700
§ 368. Komplementärtransformation Weingartenscher Systeme . . . . .	702
§ 369. Vollständiges System von partiellen Differentialgleichungen für Lamésche Flächenfamilien konstanter Krümmung . . . . .	704
§ 370. Enveloppe der Normalenebenen der Äquidistanzkurven . . . . .	706
§ 371. Berechnung des Linienelements von $S$ . — Die den imaginären Kugelskreis oskulierende Fläche $Q$ zweiten Grades . . . . .	708
Sachregister . . . . .	712