

# Inhaltsverzeichnis

## Teil I. Operatoren mit Index

1. Fredholmoperatoren. Hierarchie mathematischer Objekte. Begriff des Fredholmoperators.....	1
2. Algebraische Eigenschaften. Operatoren von endlichem Rang. Das Schlangenlemma. Operatoren von endlichem Rang und die Fredholmsche Integralgleichung.....	4
3. Analytische Methoden. Kompakte Operatoren. Analytische Methoden. Der adjungierte Operator. Kompakte Operatoren. Die klassischen Integraloperatoren.....	12
4. Die Fredholmalternative. Das Rieszsche Lemma. Das Sturm-Liouvillesche Randwertproblem.....	26
5. Die Hauptsätze. Die Calkinalgebra. Störungstheorie. Homotopieinvarianz des Index.....	34
6. Familien von invertierbaren Operatoren. Satz von Kuiper. Homotopien von operatorwertigen Funktionen. Der Satz von Kuiper.....	48
7. Familien von Fredholmoperatoren. Indexbündel. Die Topologie von $F$ . Die Konstruktion des Indexbündels. Der Satz von Atiyah-Jänich. Homotopie und unitäre Äquivalenz.....	61
8. Fourierreihen und -integrale (Zusammenstellung der Grundbegriffe). Fourierreihen. Fourierintegral. Höherdimensionale Fourierintegrale.....	81
9. Wiener-Hopf-Operatoren. Das Beispielreservoir für Fredholmoperatoren. Herkunft und prinzipielle Bedeutung der Wiener-Hopf-Operatoren. Die Kennlinie eines Wiener-Hopf-Operators. Wiener-Hopf-Operatoren und harmonische Analyse. Die diskrete Indexformel. Der Systemfall. Kontinuierliches Analogon.....	88

## Teil II. Analysis auf Mannigfaltigkeiten

1. Partielle Differentialgleichungen. Lineare partielle Differentialgleichungen. Elliptische Differentialgleichungen. Wo kommen elliptische Differentialgleichungen vor. Randwertbedingungen. Hauptfragen der Analysis und das Indexproblem. Numerische Aspekte. Elementare Beispiele.....	105
2. Differentialoperatoren über Mannigfaltigkeiten. Motivation. Differenzierbare Mannigfaltigkeiten - Grundbegriffe. Geometrie der $C^\infty$ -Abbildungen. Integration auf Mannigfaltigkeiten. Differentialoperatoren auf Mannigfaltigkeiten. Berandete Mannigfaltigkeiten.....	128
3. Pseudodifferentialoperatoren. Motivation. Kanonische Pseudodifferen-	

<i>tialoperatoren. Pseudodifferentialoperatoren auf Mannigfaltigkeiten. Näherungsrechnung für Pseudodifferentialoperatoren.....</i>	147
4. Sobolewräume (Steilkurs). Motivation. Definition. Die Hauptsätze über Sobolewräume. Fallstudien.....	174
5. Elliptische Operatoren über geschlossenen Mannigfaltigkeiten. Stetigkeit von Pseudodifferentialoperatoren. Elliptische Operatoren.....	185
6. Elliptische Randwertssysteme I (Differentialoperatoren). Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten. Systeme von Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten. Variable Koeffizienten.....	193
7. Elliptische Differentialoperatoren 1. Ordnung mit Randbedingungen. Die topologische Bedeutung von Randwertbedingungen (Fallstudie). Verallgemeinerungen (heuristisch).....	203
8. Elliptische Randwertssysteme II (Überblick). Das Poissonprinzip. Die Greensche Algebra. Der elliptische Fall.....	213

### Teil III. Die Atiyah-Singer-Indexformel

1. Einführung in die algebraische Topologie (K-Theorie). Umlaufzahlen. Die Topologie der allgemeinen linearen Gruppe. Der Ring der Vektorraumbündel. K-Theorie mit kompaktem Träger. Beweis des Periodizitätssatzes von R. Bott.....	223
2. Die Indexformel im euklidischen Fall. Indexformel und Bottperiodizität. Das Differenzbündel eines elliptischen Operators. Die Indexformel.....	252
3. Die Indexformel für geschlossene Mannigfaltigkeiten. Die Indexformel. Vergleich der Beweise: Der Kobordismus-Beweis. Vergleich der Beweise: Der Einbettungsbeweis. Vergleich der Beweise: Der Wärmeleitungsbeweis....	261
4. Anwendungen (Übersicht). Kohomologische Fassung der Indexformel. Der Systemfall (triviale Bündel). Beispiele für verschwindenden Index. Eulerszahl und Signatur. Vektorfelder auf Mannigfaltigkeiten. Abelsche Integrale und Riemannsche Flächen. Der Satz von Riemann-Roch-Hirzebruch. Der Index elliptischer Randwertprobleme. Reelle Operatoren. Die Lefschetzsche Fixpunktformel. Analysis auf symmetrischen Räumen. Weitere Anwendungen.....	276
Anhang: Was sind Vektorraumbündel? .....	309
Literatur.....	326
Symbolverzeichnis.....	335
Namenverzeichnis.....	342
Sachverzeichnis.....	345