

INHALT

O. ANSCHAULICHE EINFÜHRUNG.....	1
I. DIE FIGUREN DER GEOMETRIE \mathcal{G}_{45}	3
I.1 DIE ELEMENTE DER GEOMETRIE.....	3
1.1 Punkte, verbundene Punkte, die Figur.....	3
1.2 Aufgaben zum Aufbau weiterer Finit-Geometrien und zur Symmetrisierung der Marken-Menge.....	4
I.2 FIGUREN AUS DREI ELEMENTEN.....	7
2.1 Das Terzett.....	7
2.2 Die Kette.....	7
2.3 Die Pandiagonale.....	8
2.4 Die Troika.....	9
2.5 Die Reihe.....	9
I.3 AUFGLIEDERUNG UND BEZEICHNUNG VON ELEMENTEN UND FIGUREN.....	10
3.1 Bezeichnung der Terzette.....	10
3.2 Bezeichnung der Punkte.....	11
3.3 Verzeichnis der Ketten und Troiken.....	11
3.4 Eine allgemeine Schreibweise.....	12
I.4 DER (TERZETT-)VERBUND UND SEINE TEILMENGEN.....	13
4.1 Der Verbund \mathcal{W}	13
4.2 Die Zacke.....	14
I.5 VEREINIGUNGSMENGEN VON ZACKEN UND VERBÜNDE.....	16
5.1 Der Stern.....	16
5.2 Das Septett \mathcal{Z}_7	17
5.3 Quintette und Quartette von Verbänden, Zacken und Troiken..	18
5.4 Das Terzett-Quadrat.....	19
5.5 Das (Terzett-)Pentagramm.....	22
5.6 Aufgaben zu Figuren von \mathcal{G}_{45}	23
I.6 BÄNDER UND DAVON ABGELEITETE FIGUREN.....	24
6.1 Das Band.....	24
6.2 Der Dreipaß.....	25
6.3 Die Krone und das Vierkett.....	26
6.4 Das Terzett-Band.....	27
6.5 Aufgaben zum Band und verwandten Figuren.....	28
I.7 RELATIONEN ZWISCHEN PUNKTEN VON \mathcal{G}_{45} UND HIERVON ABGELEITETE FIGUREN.....	30
7.1 Die drei Relationen zwischen Punkten.....	30
7.2 Das Oktagon.....	31
7.3 Die Umgebung.....	32
7.4 Die Ferne.....	33
7.5 Aufgliederung der Punktepaare von \mathcal{G}_{45}	36
I.8 VERFEINERUNG DES RELATIONS-BEGRIFFES.....	37
8.1 Zusammenhänge zwischen den Marken von Punkten.....	37
8.2 Die sechs Feinrelationen.....	38
8.3 Die intransitiven Feinrelationen.....	39
8.4 Aufgaben zu Relationen.....	41

II. ABBILDUNGEN IN \mathcal{G}_{45}	42
II.1 DIE KONGRUENZ-ABBILDUNG.....	42
1.1 Begriff der Kongruenz, Klassen von Figuren.....	42
1.2 "Längen" in \mathcal{G}_{45} als Kongruenzklassen von Strecken.....	43
1.3 Aufgliederung der Marken-Permutationen.....	45
1.4 Abbildung von Terzetten in \mathcal{G}_{45}	46
1.5 Abbildung von (Terzett-)Verbänden.....	47
1.6 Abbildung von Bändern.....	48
1.7 Fixpunkte, Fix-Figuren und Fixpunkt-Figuren.....	48
1.8 Bildmengen der Abbildungs-Typen.....	49
1.9 Neue Klassen von Figuren.....	50
1.10 Die Signumabbildung.....	51
1.11 Aufgaben zu Abbildungen.....	52
II.2 DIE INVOLUTORISCHEN ABBILDUNGEN.....	54
2.1 Die Spiegelungen.....	54
2.2 Die Bandspiegelung σ	55
2.3 Die Terzettspiegelung ψ	62
2.4 Die Verbundspiegelung.....	65
2.5 Zusammenfassende Betrachtung der Spiegelungen.....	67
2.6 Aufgaben zu involutorischen Abbildungen.....	68
II.3 DIE BEIDEN ABBILDUNGEN VOM ZYKLUS VIER.....	69
3.1 Die "kleine" Vierteldrehung μ	69
3.2 Die "große" Vierteldrehung λ	75
II.4 DIE BEIDEN ABBILDUNGEN VOM ZYKLUS DREI.....	77
4.1 Die "kleine" Drittel-Drehung γ	77
4.2 Die "große" Drittel-Drehung ϑ	81
II.5 DIE BEIDEN ABBILDUNGEN VOM ZYKLUS SECHS.....	83
5.1 Die "reine" Sechstel-Drehung ϱ	83
5.2 Die "gemischte" Sechstel-Drehung ν	87
II.6 DIE ABBILDUNG VOM ZYKLUS FÜNF ω	89
6.1 Die Abbildung und ihre Potenzen. Abbildungs-Gruppen.....	89
6.2 Terzette, Fäden und Verbände unter ω	90
6.3 Ein spezielles Beispiel.....	91
II.7 EINIGE NICHT-ZYKLISCHE ABBILDUNGSGRUPPEN.....	93
7.1 Vorbemerkung.....	93
7.2 Die symmetrische Gruppe \mathcal{N}_3	94
7.3 Die symmetrische Gruppe \mathcal{N}_4 der Abbildungen eines Terzetts auf sich selbst.....	94
7.4 Die symmetrische Gruppe \mathcal{N}_5 der Abbildungen eines Pentagramms auf sich selbst.....	96
II.8 BESTIMMUNG EINER ABBILDUNG AUS GEGEBENEN PUNKTEPAAREN.....	98
8.1 Abbildung eines Terzettbandes auf ein anderes.....	98
8.2 Eindeutige Bestimmung einer Abbildung aus geeigneten Paaren von Ur- und Bild-Punkten.....	101
8.3 Determinatoren einer Abbildung.....	102
8.4 Das zyklisch geordnete Band.....	104
8.5 Das Terzettquadrat und seine Gruppe.....	106

II.9	AUFGABEN ZU ABBILDUNGEN.....	110
9.1	Bestimmung von Figuren-Gruppen.....	110
9.2	Bestimmung der Schnittmengen zweier Figuren-Gruppen.....	111
9.3	Untersuchung einiger Untergruppen.....	112
III.	ALGEBRAISCHE MODELLE ZUR \mathcal{G}_{45}	113
III.1	ANWENDBARE ALGEBRAISCHE STRUKTUREN FÜR MODELLE ZUR \mathcal{G}_{45}	113
III.2	AUFGABEN : KLEINE AUSWAHL ALGEBRAISCHER MODELLE.....	115
III.3	ARITHMETISCHE KOMPLEXE.....	118
3.1	Die Verbands-Struktur des arithmetischen Komplexes.....	118
3.2	Singulär-Matrizen.....	120
3.3	Erweiterung der Magischen Matrix zum Terzett-Quadrat.....	123
3.4	Der Verband K	124
III.4	SUMMEN IM ARITHMETISCHEN KOMPLEX.....	126
4.1	Gesamtsumme, Summe von Terzetten.....	126
4.2	Summen in Band, Oktagon, Umgebung und Ferne.....	127
III.5	DER ARITHMETISCHE KOMPLEX ALS MATRIX.....	129
5.1	Die Matrix und ihre Zerlegung.....	129
5.2	Der Vektorraum des Komplexes.....	131
III.6	NATÜRLICHE KOMPLEXE.....	132
III.7	AUFGABEN.....	134
III.8	\mathcal{G}_{45} ALS FINIT-GEOMETRIE $S(45)$ SOWIE WEITERE FINIT-GEOMETRIEN ALS TEILMENGEN VON \mathcal{G}_{45}	136
8.1	Steiner-Tripel-Systeme (STS).....	136
8.2	Finit-Geometrie $S(9)$ in \mathcal{G}_{45}	137
8.3	Das Septett als Finit-Geometrie $S(21)$	139
8.4	Das Terzett-Quadrat als Finit-Geometrie $S(27)$	139
8.5	\mathcal{G}_{45} als Finit-Geometrie $S(45)$	140
8.6	Das Pentagramm als Finit-Geometrie $S(15)$	141
8.7	Quasigruppen in \mathcal{G}_{45}	143
IV.	DAS GLASPERLENSPIEL.....	144
V.	LÖSUNGEN DER AUFGABEN.....	150