Inhaltsübersicht.

Seite

Vorwort: Ziel V
Einleitung: Methode 1

Kapitel I. Historischer Überblick.

§ 1. Nicht-EUKLIDische Geometrie im Sinne von GAUSS 5
§ 2. Die beiden im engeren Sinne Nicht-EUKLIDischen Geometrien. CAYLEY-KLEIN 9

Kapitel II. Die Grundtatsachen der Geometrie. Geometrie und Wirklichkeit.

§ 1. Über den Begriff Geometrie. Trägergebilde einer Geometrie 12
§ 2. Geometrische Eigenschaften des wirklichen Raumes 15
§ 3. Existenz geometrischer Gebilde 17

Kapitel III. Axiomatische Grundlagen der Geometrie im offenen Kontinuum. Euklidische Geometrie.

§ 1. Überblick 23
§ 2. Die projektiven Axiome (I. Gruppe) 25
§ 3. Die Kongruenzaxiome (II. Gruppe) 29
§ 4. Das Ähnlichkeitsaxiom (III. Gruppe) 32
§ 5. Das Vollständigkeitsaxiom 32
§ 6. EUKLIDische oder parabolische Geometrie 33

Kapitel IV. Projektive Geometrie.

§ 1. Über den Begriff projektive Geometrie 36
§ 2. Nicht-projektive Geometrie 39
§ 3. Harmonische Quadrupel 42
§ 4. Projektive Skalen. Der Fundamentalsatz der projektiven Geometrie . 47
§ 5. Beweis des Fundamentalsatzes durch Begründung der projektiven Geometrie im offenen Kontinuum 50
§ 6. Die „Affinitäten“ als Kollineationen des umfassendsten offenen projektiven Kontinuums 54
§ 7. Das abgeschlossene Kontinuum. Die volle projektive Ebene 54
§ 8. Dualität 59

Kapitel V. Absolute Geometrie. Geometrie auf der Kugel.

§ 1. Begriff der absoluten Geometrie 60
§ 2. Einige Konstruktionen 63
§ 3. Vom Kreise 64
§ 4. Ein Satz der Stereometrie 65
§ 5. Von der Kugel. Die sphärische Geometrie als absolute Geometrie . . 65

§ 6. Metrische (absolute) Definition harmonischer Punkte 67
§ 7. Die Schnittpunktssätze des Dreiecks 68
§ 8. Maßzahlen für Winkel und Bögen (Strecken) 70
§ 9. Das Pentagramma mirificum 71
§ 10. Sphärische Trigonometrie 72
§ 11. Laguerres Winkelformel als Formel der absoluten Geometrie . . . 74
§ 12. Laguerres Identität als Basis für die Längenformel in der absoluten Geometrie 76
§ 13. Die absoluten Punkte auf einem Kreise als absolute Punkte der Euklidischen Ebene 76

Kapitel VI. Elliptische Geometrie.

§ 1. Metrische Dualität 77
§ 2. Analytische Geometrie. Projektiv-metrische Koordinatensysteme . . 80
§ 3. Die volle elliptische Ebene 81
§ 4. Bewegungsgruppe der vollen elliptischen Ebene 82
§ 5. Möbiussches Blatt und sein Komplement 83
§ 6. Das absolute Gebilde 85
§ 7. Das absolute Gebilde der elliptischen Ebene als absoluter Kegelschnitt des Euklidischen Raumes 85
§ 8. Zusammenhang der Laguerreschen Formel mit der Cayley-Kleinschen projektiven Maßbestimmung 86
§ 9. Verallgemeinerung der Koordinaten: c-Cartesische Systeme 88
§ 10. Die Bewegungsgruppe in c-Cartesischen Koordinaten 89
§ 11. Das absolute Gebilde in c-Cartesischen Koordinaten. Einbettung in den Euklidischen Raum 90
§ 12. Formeln für den Abstand zweier Punkte und das quadrierte Bogenelement 92

Kapitel VII. Hyperbolische Geometrie.

§ 1. Die ebene hyperbolische Geometrie als Geometrie auf einer „imaginären Kugel“. C-Cartesische Koordinaten. Formeln für den Abstand zweier Punkte und das quadrierte Bogenelement 94
§ 2. Der Fundamentalkegelschnitt der ebenen hyperbolischen Metrik als absoluter Kegelschnitt des Euklidischen Raumes 96
§ 3. Die hyperbolische Planimetrie als Geometrie auf den Flächen konstanter negativer Gaussscher Krümmung 98
§ 4. Besonderheiten der hyperbolischen Planimetrie 103
§ 5. Die Lobatschefskijsche Parallelenkonstruktion 107
§ 6. Kreise, Horozyklen, Linien gleichen Abstandes 109
§ 7. Konstruktion der projektiv-metrischen C-Cartesischen Koordinatensysteme 111

Kapitel VIII. Die homogene Lorentzgruppe als automorphe Verbiegungsgruppe der Mannigfaltigkeiten konstanter negativer Krümmung. Geometrie und Physik.

§ 1. Die elliptischen, parabolischen und hyperbolischen Bewegungen der hyperbolischen Planimetrie 112
§ 2. Die Lorentz-Translationen als hyperbolische Verschiebungen 116
Schluß 121