

INHALTSVERZEICHNIS

Erster Teil Die beiden nichteuklidischen Geometrien

	Seite
1. Kapitel. Der Raum der Anschauung	13
§ 1. Historische Entwicklung	13
§ 2. Die drei möglichen Formen der Ebene	17
§ 3. Das Parallelenaxiom in den drei Ebenen	21
§ 4. Die hyperbolischen Strahlenbüschel	24
§ 5. Das Krümmungsmaß und die Flächen konstanter Krümmung	29
§ 6. Funktionsgleichung der Abstandslinie	32
§ 7. Funktionsgleichung für die Sektoren	36
2. Kapitel. Sphärisch-elliptische Geometrie	39
§ 8. Der Sphärische Kosinussatz	39
§ 9. Sphärische Fundamentalkonstruktion und polares Fünfeck	41
§ 10. Gerade im sphärischen Raum, Cliffordsche Parallele	44
§ 11. Der sphärisch-elliptische Raum	47
3. Kapitel. Die Fundamentalkonstruktion der hyperbolischen Ebene	49
§ 12. Die Ableitung der Lobačevskijschen Gleichungen	49
§ 13. Verallgemeinerung der Lobačevskijschen Konstruktion	51
§ 14. Die Bedeutung der Lobačevskijschen Gleichungen	55
4. Kapitel. Die hyperbolische Trigonometrie	58
§ 15. Reelle und imaginäre Zuordnung der Winkel und Strecken	58
§ 16. Eigenschaften des Grenzkreisbogens	59
§ 17. Sinusverhältnis von Kathete und Hypotenuse	61
§ 18. Die Funktion $\sin f(\mu) = \sin \mu$	62
§ 19. Lobačevskijsche und trigonometrische Gleichungen	65
§ 20. Komplementäre Figuren	66
5. Kapitel. Von imaginären Polen und Polaren	73
§ 21. Rechtwinkeliges Dreieck und Spitzeck	73
§ 22. Randbild der hyperbolischen Ebene	76

	Seite
§ 23. Die projektive Maßbestimmung	78
§ 24. Ableitung neuer Gleichungen aus bekannten	80
§ 25. Rückblick	83

Zweiter Teil

Zuordnung zwischen den Räumen konstanter Krümmung

6. Kapitel. Rechtwinklige Figuren	86
§ 26. Die Gleichung $\cos a \cdot \operatorname{ch} a = 1$	86
§ 27. Der Coparallelwinkel $P(a)$	87
§ 28. Die zugeordneten Geraden- und Punkträume	91
§ 29. Die zugeordneten rechtwinkligen Dreiecke	93
§ 30. Die zugeordneten dreirechtwinkligen Vierecke	94
§ 31. Die zugeordneten Fünfeckskomplexe	96
§ 32. Die Cliffordschen und die Bolyaischen Parallelen im konstruktiven Zusammenhang	100
§ 33. Die Zuordnung auf der Grenzkugel	101
7. Kapitel. Das schiefwinklige Dreieck	104
§ 34. Konstruktive Zuordnung	104
§ 35. Die zugeordneten rechtwinkligen Tetraeder	106
§ 36. Ableitung der Zuordnung von Dreiecken durch Rechnung	109
§ 37. Geschichtliches zu den komplementären Figuren	111
8. Kapitel. Andere zugeordnete Figuren und Körper	113
§ 38. Der Pentagrammkomplex als Teil der Kugel	113
§ 39. Das allgemeine Dreieck und seine Fünfecke	116
§ 40. Die zugeordneten Quader und Pyramiden	120
9. Kapitel. Die Zuordnung der regulären Polygone	126
§ 41. Eine andere Konstruktion der Zuordnung (Tafel I und II)	126
§ 42. Einfache reguläre Polygone	127
§ 43. Sternpolygone	129
§ 44. Polygone mit überparallelen Seiten	131
§ 45. Polare Polygone	135
§ 46. Die maximalen Polygone	143
§ 47. Grenzkreispolygone	144
§ 48. Der Fall $n = 2$	147
§ 49. Die Polygone der regulären Flächennetze	149
§ 50. Die Überdeckung der sphärischen Ebene durch reguläre Netze	151

	Seite
§ 51. Halbreguläre und reguläre sphärische Netze	154
§ 52. Die Netzpolygone der hyperbolischen Ebene	155
§ 53. Die Netzpolygone und das pentagramma mirificum	157
10. Kapitel. Die Zuordnung der regulären Polyeder	160
§ 54. Die Polygonnetze und die Polyeder	160
§ 55. Die Polyeder in den einzelnen Räumen (Tafel III)	162
§ 56. Zuordnung mit Hilfe der Kantenkugel (Tafel IV, V)	165
§ 57. Die Kantenkugel $\sin r = \operatorname{sh} r = r = 1$	169
§ 58. Zerlegung der Räume in rechtwinklige reguläre Polyeder	174
§ 59. Die Grenzkugelpolyeder	176
§ 60. Diëder und Prisma	182
§ 61. Polyeder mit parallelen und überparallelen Kanten	184
§ 62. Die einfachsten Polygone bei wachsendem Inkreis	189

Dritter Teil
Abbildungen

11. Kapitel. Konforme Abbildung der beiden nichteuclidischen Räume aufeinander	194
§ 63. Die Abbildungsgleichungen in der Ebene	194
§ 64. Verwandtschaft mit der Kleinschen Abbildung	196
§ 65. Gemeinsame Gleichung der Zyklen	199
§ 66. Abbildung der Zyklen	202
§ 67. Die dreidimensionale Abbildung	205
§ 68. Abbildung im $(n + 1)$ -dimensionalen Raum	208
12. Kapitel. Konforme Abbildung auf die Grenzkugel	
§ 69. Die Abbildungsgleichungen	212
§ 70. Bilder der Geraden auf die Grenzkugel	214
13. Kapitel. Die gnomonische Projektion	219
§ 71. Vergleich mit der konformen Abbildung	219
§ 72. Abbildung der Zyklen auf die Grenzkugel	222
§ 73. Übergang zu den andren Räumen	223
§ 74. Abstandszylinder und Cliffordsche Fläche	225
§ 75. Schlußbetrachtungen	228