Inhaltsverzeichnis.

§ 2. Nullstellentheorie der Polynomideale.

§ 3. Dimensionstheorie der Polynomideale.

Erklärungen einiger Zeichen und Begriffe.

001. Abkürzungen.

GGT	=	größter gemeinsamer Teiler,
KGV	=	kleinstes gemeinsames Vielfaches,
R_n	=	affiner n-dimensionaler Raum (**123**),
P_n	=	projektiver n-dimensionaler Raum (**124**),
O-Ring	=	Ring mit Teilerkettensatz (**115**),
U-Ring	=	Ring mit Vielfachenkettensatz (**115**),
P-Ring	=	Polynomring,
H-Ring	=	homogener Polynomring (**124**),
P-Ideal	=	Polynomideal,
H-Ideal	=	homogenes Polynomideal (**124**),
NG	=	Nullstellengebilde (**121**),
AM	=	algebraische Mannigfaltigkeit (**127**),
ZPE	=	eindeutige Zerlegbarkeit in Primelemente.

002. Mengentheoretische Bezeichnungen.

$a \in \mathfrak{M}$	bedeutet:	a ist Element der Menge $\mathfrak{M}$;
$\mathfrak{M} \subset \mathfrak{N}$, $\mathfrak{N} \supset \mathfrak{M}$	bedeutet:	die Menge $\mathfrak{M}$ ist (eigentliche) Untermenge von $\mathfrak{N}$;
$\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{N}$, $\mathfrak{N} \supseteq \mathfrak{M}$	bedeutet:	$\mathfrak{M}$ ist Untermenge von $\mathfrak{N}$ oder mit $\mathfrak{N}$ identisch;
$\mathfrak{M} \cap \mathfrak{N}$	bedeutet:	Durchschnitt der Mengen $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{N}$ (Menge aller Elemente, die sowohl in $\mathfrak{M}$ wie auch in $\mathfrak{N}$ enthalten sind);
$\mathfrak{M} + \mathfrak{N}$	bedeutet:	Summe der Mengen $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{N}$ (Menge aller Elemente, die in wenigstens einer der Mengen $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$ enthalten sind);
$\in\!\vert\ \ \subset\!\vert\ \ \subseteq\!\vert$	bedeutet:	Negationen der Zeichen $\in$, $\subset$, $\subseteq$;
$\mathfrak{M} \xrightarrow{\sim} \mathfrak{N}$	bedeutet:	homomorphe Abbildung (operationstreu **115.15**);
$\mathfrak{M} \xleftrightarrow{\sim} \mathfrak{N}$	bedeutet:	isomorphe Abbildung (operationstreu **115.15**).

003. Einige algebraische Begriffe.

1. *Gruppe:* eine nichtleere Menge von Elementen $a, b, c, \ldots$, für die eine Verknüpfungsoperation erklärt ist, welche jedem geordneten Elementenpaar ein Element derselben Menge zuordnet: $a\,b = c$. Es gelten die Axiome:

a) das assoziative Gesetz: $a\,(b\,c) = (a\,b)\,c$;

b) eindeutige Lösbarkeit der Gleichungen: $x a = b$, $a y = b$.

Gilt auch das kommutative Gesetz $a b = b a$, so heißt die Gruppe kommutativ oder abelsch.

2. *Ring (kommutativ)*[1] eine nichtleere Menge von Elementen, für die zwei Verknüpfungsoperationen, Addition und Multiplikation, definiert sind und folgenden Gesetzen genügen:
   a) den assoziativen Gesetzen: $a + (b + c) = (a + b) + c$, $a (bc) = (ab) c$;
   b) den kommutativen Gesetzen: $a + b = b + a$, $ab = ba$;
   c) dem Distributivgesetz: $a (b + c) = ab + ac$;
   d) der eindeutigen Lösbarkeit der Gleichung: $a + x = b$.
   Jeder Ring enthält ein Nullelement, aber nicht notwendig ein Einselement. Ist $ab = 0$, ohne daß ein Faktor null ist, so heißen a, b *Nullteiler*. Ein Ring ohne Nullteiler heißt *Integritätsbereich*. Ist $ab = 1$, ohne daß $a = b = 1$ ist, so heißen a, b *Einheiten*; $b = a^{-1}$ heißt das *inverse* oder *reziproke* Element zu a.

3. *Körper (kommutativ)*[1]: ein Ring, der noch der Forderung genügt:
   e) der eindeutigen Lösbarkeit der Gleichung $a x = b$ falls $a \neq 0$.
   Jeder Körper enthält ein Einselement und keine Nullteiler.

4. *Quotientenring*, *Quotientenkörper:* Ist R ein Ring, S eine Untermenge von Elementen aus R, welche weder die Null noch Nullteiler enthält und gegenüber der Multiplikation abgeschlossen ist, so bildet die Menge aller Brüche $\frac{a}{b}$ ($a \in R$, $b \in S$) den *Quotientenring von R in bezug auf S*, symbolisch $\frac{R}{S}$. Ist S die Menge aller Nichtnullteiler von R, so hat man den *Quotientenring* schlechthin, symbolisch $\frac{R}{R}$. Ist R ein Integritätsbereich, so ist $\frac{R}{R}$ ein Körper, der *Quotientenkörper*. Für das Rechnen mit Brüchen gelten die gewöhnlichen Regeln.

[1] Wir haben es hier ausschließlich mit *kommutativen* Ringen und Körpern zu tun.