

I N H A L T

Vorwort	7
I. Kapitel: Einführung: Phantasie und Analogie	9
Der vierdimensionale Raum des Dichters — Die Analogie als Stütze der Phantasie — Das Verfahren des Mathematikers	
II. Kapitel: Über eine axiomatische Begründung der mehrdimensionalen Geometrie und den Simplex	16
Die axiomatische Methode — Die Inzidenzaxiome der Geometrie — Inzidenzaxiome bei der Einführung des vierdimensionalen Raumes — Der Simplex des vierdimensionalen Raumes — Der Simplex der mehrdimensionalen Räume — Raumaufteilung durch den Simplex	
Anhang zum II. Kapitel.....	26
Kombinationen — Binomischer Lehrsatz	
III. Kapitel: Zur Systematik des Raumbegriffs.....	29
Kleins Erlanger Programm — Das Verfahren des Formalismus — Bildgeometrien — Der Sinnenraum — Der Raum der Physik	
Anhang zum III. Kapitel	35
Dimensionsbegriff und Mengenlehre — Der Satz von Desargues	
IV. Kapitel: Einige Beispiele von Polytopen.....	39
Das Parallelotop — Prismapolytope — Pyramidenpolytope — Oktaederpolytope	
V. Kapitel: Kreisgebundene kollineare Darstellungen von vierdimensionalen Polytopen.....	48
Kreisdarstellung — Sterndarstellung — Zweisterndarstellung	
VI. Kapitel: Der Satz von Euler	53
Der Satz von Euler für den dreidimensionalen Raum — Erweiterung des Satzes von Euler — Ausdehnung des Satzes von Euler auf Polytope — Beweis des Satzes von Euler für mehrdimensionale Räume	

VII. Kapitel: Die linearen Gebilde in analytischer Darstellung	61
Analytische Geometrie in der Ebene — Analytische Geometrie im dreidimensionalen Raumes — Analytische Geometrie im vierdimensionalen Raum — Analytische Geometrie im n -dimensionalen Raum	
VIII. Kapitel: Zur Veranschaulichung der linearen Gebilde im vierdimensionalen Raum	68
Punkte in der Ebene und im Raum — Veranschaulichung des Koordinatensystems im vierdimensionalen Raum — Veranschaulichung der Achsen Gleichung linearer Gebilde — Orthogonalität — Punkt im vierdimensionalen Raum und Quaderpolytop	
IX. Kapitel: Parallelität	76
Parallelverschiebung — Parallelität von Geraden, Ebenen und Räumen — Die unendlichfernen Gebilde — Halbparallel — Absolut senkrecht und halbsenkrecht	
X. Kapitel: Metrik im mehrdimensionalen Raum	81
Länge einer Strecke — Inhaltsbestimmung — Inhalt des regelmäßigen Simplex — Inhalt des Oktaederpolytops — Zum Begriff der Inhaltsgleichheit — Kongruenz und Ähnlichkeit — Etwas Trigonometrie	
XI. Kapitel: Eine erste Gruppe regelmäßiger Polytope	95
Die regelmäßigen Polyeder des dreidimensionalen Raumes — Schlegel-Diagramme — Versagen des Satzes von Euler — Der regelmäßige Simplex — Das Maßpolytop — Das regelmäßige Oktaederpolytop — Drei regelmäßige Polytope des R_n	
XII. Kapitel: Eintafel- und Einraumbild	104
Eintafelbilder — Einraumbild und Schrägriß — Einraumbild und Grundriß-Aufriß	
XIII. Kapitel: Darstellende Geometrie des vierdimensionalen Raumes...	109
Der Punkt — Die Strecke — Die Gerade — Dreieck und Ebene — Der Raum R_3 — Polytope — Darstellende Geometrie des R_n	
XIV. Kapitel: Das Vierundzwanziger-Polytop	120
Aufbau des Polytops — Betrachtung eines Modells des Polytops — Beziehung zu Maßpolytop und Oktaederpolytop	
XV. Kapitel: Dodekaeder und Ikosaeder	126
Der Kantenwinkel und sein Wert beim regelmäßigen Tetraeder und Oktaeder — Das Dodekaeder — Das Ikosaeder — Die Schlegeldiagramme von Dodekaeder und Ikosaeder.	

Anhang zum XV. Kapitel	130
Das Fünfeck — Der Aufbau des Dodekaeders — Der Aufbau des Ikosaeders	
XVI. Kapitel: Wieviel regelmäßige Polytope gibt es?	132
Kantenwinkel und Polytoptypen des vierdimensionalen Raumes — Benachbarte Polyeder — Verhältniszahlen für Ecken, Kanten, Flächen, Polyeder — Die absoluten Zahlen der Polytopelemente — Dualität — Die Polytope der höheren Räume	
XVII. Kapitel: Drehungen und Drehpolytope im vierdimensionalen Raum	140
Die Hyperkugel — Der Hyperzylinder — Der Hyperkegel — Drehung um eine Ebene — Oberfläche und Inhalt der Hyperkugel	
Anhang zum XVII. Kapitel.....	146
Herleitung der Inhaltsformel für die Hyperkugel	
XVIII. Kapitel: Spiegelung und Umklappung	149
Spiegelung an Punkt und Gerade — Spiegelung an der Ebene — Umklappung im vierdimensionalen Raum — Knoten	
XIX. Kapitel: Schnitte durch Polyeder und Polytope	154
Schnitte durch Polyeder — Raumschnitte durch Prisma-, Pyramiden- und Drehpolytope — Raumschnitte durch einige regelmäßige Polytope	
XX. Kapitel: Regelmäßige Polyeder und Polytope und die Aufteilung von Ebene und Raum	160
Ebenenaufteilung durch Projektion regelmäßiger Polyeder — Raumaufteilung durch Projektion regelmäßiger Polytope — Gnomonische und stereographische Projektion	
XXI. Kapitel: Zahlengitter	169
Ganzzahlgitter — Kugellagerungen — Lückenlose Ausfüllung von Ebene und Raum — Lückenlose Ausfüllung des vierdimensionalen Raumes	
XXII. Kapitel: Anaglyphen und plastische Bilder	176
Stereoskop und Anaglyphen-Bilder — Anaglyphen und der vierdimensionale Raum	
XXIII. Kapitel: Raumschachtelungen und die nichteuklidische Geometrie	181
Die ebene nichteuklidische Geometrie — Das Krümmungsmaß — Elliptische Raumgeometrie und Hypersphäre	

XXIV. Kapitel: Funktionen im Komplexen und der vierdimensionale Raum	189
Die lineare ganze komplexe Funktion — Abbildung durch reziproke Radian — Die linear gebrochene Funktion — Ein Beispiel aus der Kegelschnittlehre	
XXV. Kapitel: Homogene Koordinaten und der vierdimensionale Raum	197
Homogene Koordinaten in der Ebene — Veranschaulichung ebener homogener Koordinaten im dreidimensionalen Raum — Dreidimensionale homogene Koordinaten und der vierdimensionale Raum	
XXVI. Kapitel: Raum, Zeit, Welt und die Physik	201
Die Zeit als vierte Dimension — Gruppenbegriff und Lorentztransformation — Die Invariante der Lorentzgruppe	
XXVII. Kapitel: Rückblick und Ausblick	207
Anschauliche Methoden — Hyperkugelgeometrie — Hyperkegelschnittgeometrie — Ein Raum von unendlich vielen Dimensionen — Zur Geschichte der mehrdimensionalen Geometrie	
Nachwort	215