

# TABLE DES MATIÈRES

---

## GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE A DEUX DIMENSIONS

	Pages
CHAPITRE I. — <i>Des coordonnées</i> . . . . .	1
Distance de deux points . . . . .	3
Coordonnées du point M de la droite AB en fonction des coordonnées des points A et B et du rapport $\frac{MA}{MB}$ . . . . .	5
Détermination d'une demi-droite . . . . .	7
Représentation des courbes par des équations . . . . .	9
Transformation de coordonnées . . . . .	10
Degré d'une courbe algébrique . . . . .	16
CHAPITRE II. — <i>De la ligne droite</i> . . . . .	17
Équation de la droite . . . . .	17
Coefficient angulaire et ordonnée à l'origine . . . . .	20
Condition pour que deux droites soient parallèles . . . . .	23
Problèmes relatifs à la ligne droite . . . . .	24
Droite passant par deux points . . . . .	25
Condition pour que trois points soient en ligne droite . . . . .	26
Intersection de deux droites . . . . .	28
Condition pour que trois droites soient concourantes . . . . .	30
Paramètres directeurs d'une droite . . . . .	32
CHAPITRE III. — <i>Angles et distances</i> . . . . .	35
Angle de deux droites . . . . .	35
Condition pour que deux droites soient perpendiculaires . . . . .	38
Distance d'un point à une droite . . . . .	40
Bissectrices d'un angle . . . . .	45
Aire d'un triangle . . . . .	46
CHAPITRE IV. — <i>Faisceaux de droites et coordonnées homogènes</i> . . . . .	49
Éléments imaginaires . . . . .	49
Faisceaux de droites . . . . .	51
Ensemble des deux droites $Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 = 0$ . . . . .	53
Coordonnées homogènes . . . . .	57
Condition pour que l'équation générale du deuxième degré représente deux droites . . . . .	61

	Pages.
<b>CHAPITRE V. — Rapport anharmonique . . . . .</b>	<b>66</b>
Rapport anharmonique de quatre points . . . . .	66
Rapport anharmonique d'un faisceau de quatre droites . . . . .	67
Division harmonique . . . . .	69
Faisceau harmonique . . . . .	71
Polaire d'un point par rapport à un angle . . . . .	74
Propriétés harmoniques du quadrilatère complet . . . . .	74
<b>CHAPITRE VI. — Du cercle . . . . .</b>	<b>76</b>
Condition pour que l'équation générale du deuxième degré représente un cercle . . . . .	76
Cercle passant par trois points . . . . .	79
Intersection d'une droite et d'un cercle . . . . .	80
Intersection de deux cercles . . . . .	81
Puissance d'un point par rapport à un cercle . . . . .	82
Axe radical de deux cercles . . . . .	83
Faisceaux de cercles . . . . .	85
Points cycliques et droites isotropes . . . . .	86
<b>CHAPITRE VII. — Lieux géométriques . . . . .</b>	<b>88</b>
<b>CHAPITRE VIII. — Homographie . . . . .</b>	<b>96</b>
Relation homographique . . . . .	96
Divisions homographiques . . . . .	99
Faisceaux homographiques . . . . .	106
Divisions homographiques de même base . . . . .	110
Faisceaux homographiques de même sommet . . . . .	112
<b>CHAPITRE IX. — Involution . . . . .</b>	<b>114</b>
Divisions en involution . . . . .	114
Faisceaux en involution . . . . .	122
<b>CHAPITRE X. Courbes dont l'équation est résolue ou résoluble par   rapport à l'une des coordonnées . . . . .</b>	<b>126</b>
Tangentes . . . . .	126
Normales . . . . .	127
Concavité et points d'inflexion . . . . .	129
Branches infinies et asymptotes . . . . .	133
Construction des courbes . . . . .	142
<b>CHAPITRE XI. — Courbes définies par l'expression des coordonnées d'un   de leurs points en fonction d'un paramètre . . . . .</b>	<b>152</b>
Tangentes . . . . .	153
Concavité . . . . .	154
Asymptotes . . . . .	155
Construction des courbes . . . . .	156
Cycloïde . . . . .	157
<b>CHAPITRE XII. — Courbes dont l'équation n'est pas résolue par rap-   port à l'une des coordonnées . . . . .</b>	<b>164</b>
Tangentes . . . . .	164
Cas où la courbe est algébrique . . . . .	166
Normales . . . . .	169

	Pages
Points multiples. . . . .	169
Strophoïde et cissoïde . . . . .	175
Asymptotes . . . . .	181
Points à l'infini des courbes algébriques . . . . .	186
Construction des courbes. . . . .	192
CHAPITRE XIII. — <i>Théorie des Enveloppes.</i> . . . .	202
CHAPITRE XIV. — <i>Problèmes sur les tangentes et les normales aux courbes algébriques</i> . . . . .	207
Condition pour qu'une droite soit tangente à une courbe. Équation tangentielle. . . . .	207
De l'équation tangentielle déduire l'équation ponctuelle. . . . .	211
Tangentes par un point non situé sur la courbe . . . . .	213
Classe d'une courbe . . . . .	214
Tangentes parallèles à une direction donnée . . . . .	217
Condition pour qu'une droite soit normale à une courbe. . . . .	218
Normales par un point non situé sur la courbe . . . . .	219
CHAPITRE XV. — <i>Courbure et développées.</i> . . . .	221
Longueur d'un arc de courbe. . . . .	221
Courbure . . . . .	226
Cercle osculateur . . . . .	232
Aire limitée par une courbe. . . . .	233
Volume d'une surface de révolution . . . . .	236
Aire d'une surface de révolution . . . . .	237
CHAPITRE XVI. — <i>Classification des coniques</i> . . . . .	239
Décomposition d'un polynôme en une somme de carrés de fonctions linéaires indépendantes. . . . .	239
Classification des coniques. . . . .	242
Genre Ellipse . . . . .	243
Genre Hyperbole. . . . .	245
Genre Parabole . . . . .	247
Remarques sur la classification . . . . .	250
CHAPITRE XVII. — <i>Centre et diamètres dans les coniques</i> . . . . .	252
Centre. . . . .	252
Diamètres. . . . .	255
Diamètres singuliers. . . . .	256
Position des diamètres. . . . .	258
Propriétés des diamètres. . . . .	259
Diamètres conjugués. . . . .	260
CHAPITRE XVIII. — <i>Axes dans les coniques.</i> . . . .	262
CHAPITRE XIX. — <i>Réduction de l'équation du deuxième degré</i> . . . . .	266
Forme générale des équations réduites. . . . .	266
Ellipse rapportée à ses axes . . . . .	271
Hyperbole rapportée à ses axes. . . . .	272
Parabole rapportée à son axe et à sa tangente au sommet . . . . .	275
CHAPITRE XX. — <i>Pôles et Polaires.</i> . . . .	276
Polaire d'un point. . . . .	276
Pôle d'une droite . . . . .	277

	Pages.
Points conjugués. . . . .	279
Droites conjuguées. . . . .	279
Triangles conjugués. . . . .	281
Transformation par polaires réciproques . . . . .	283
Courbes polaires réciproques. . . . .	284
<b>CHAPITRE XXI. — Étude particulière de l'ellipse. . . . .</b>	<b>287</b>
Ellipse considérée comme projection du cercle . . . . .	287
Tangentes. . . . .	291
Normales . . . . .	294
Diamètres. . . . .	302
Diamètres conjugués. . . . .	303
Théorèmes d'Apollonius . . . . .	305
Cordes supplémentaires . . . . .	306
<b>CHAPITRE XXII. — Étude particulière de l'hyperbole . . . . .</b>	<b>308</b>
Hyperboles conjuguées. . . . .	308
Tangentes. . . . .	309
Normales . . . . .	311
Diamètres réels et diamètres imaginaires. . . . .	316
Diamètres conjugués. . . . .	318
Théorèmes d'Apollonius . . . . .	320
Propriétés des asymptotes . . . . .	321
Constructions diverses relatives à l'hyperbole . . . . .	322
<b>CHAPITRE XXIII. — Étude particulière de la parabole . . . . .</b>	<b>328</b>
Tangentes. . . . .	329
Normales . . . . .	331
Diamètres. . . . .	335
<b>CHAPITRE XXIV. — Foyers et Directrices. . . . .</b>	<b>337</b>
Recherche des foyers. . . . .	339
Foyers dans l'ellipse. . . . .	340
Foyers dans l'hyperbole . . . . .	345
Foyer dans la parabole. . . . .	348
Propriétés des tangentes relativement aux foyers. . . . .	349
Propriétés de la directrice. . . . .	353
Équation trinôme commune aux trois courbes . . . . .	355
<b>CHAPITRE XXV. — Détermination des coniques. . . . .</b>	<b>357</b>
Coniques passant par des points ou tangentes à des droites. . . . .	358
<b>CHAPITRE XXVI. — Intersection de deux coniques . . . . .</b>	<b>363</b>
Équation générale des coniques passant par les points de ren- contre de deux coniques . . . . .	367
Sécantes communes à deux coniques. Équation en $\lambda$ . . . . .	369
Pôles doubles relatifs à deux coniques . . . . .	370
Propriétés des faisceaux . . . . .	373
<b>CHAPITRE XXVII. — Équations générales de coniques . . . . .</b>	<b>376</b>
Coniques bitangentes . . . . .	376
Cercle osculateur en un point d'une conique . . . . .	379
Nouvelle définition des foyers (Plücker) . . . . .	381

	Pages.
CHAPITRE XXVIII. — <i>Propriétés homographiques des coniques</i> . . . . .	384
Rapport anharmonique de quatre points d'une conique . . . . .	384
Lieu des points de rencontre des rayons homologues de deux faisceaux homographiques . . . . .	385
Rapport anharmonique de quatre tangentes d'une conique . . . . .	388
Enveloppe des droites qui joignent les points homologues de deux divisions homographiques . . . . .	389
Divisions homographiques sur une conique . . . . .	391
Théorèmes de Pascal et de Brianchon . . . . .	395
CHAPITRE XXIX. — <i>Homothétie</i> . . . . .	397
Équation générale des courbes homothétiques d'une courbe donnée . . . . .	398
Homothétie des coniques . . . . .	400
CHAPITRE XXX. — <i>Coordonnées polaires</i> . . . . .	407
Transformation de coordonnées . . . . .	408
Ligne droite . . . . .	410
Cercle . . . . .	412
Coniques . . . . .	413
Tangentes aux courbes . . . . .	414
Sous-tangente et sous-normale . . . . .	418
Asymptotes . . . . .	420
Construction des courbes . . . . .	423
Limaçon de Pascal . . . . .	425
Aire limitée par une courbe et deux rayons vecteurs . . . . .	435
Longueur d'un arc de courbe . . . . .	437
Rayon de courbure . . . . .	438

## GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE A TROIS DIMENSIONS

CHAPITRE I. — <i>Des coordonnées</i> . . . . .	441
Distance de deux points . . . . .	443
Demi-droites . . . . .	445
Angle de deux demi-droites . . . . .	447
Représentation des surfaces et des lignes . . . . .	448
CHAPITRE II. — <i>Transformation de coordonnées</i> . . . . .	452
Classification des surfaces . . . . .	458
Classification des courbes . . . . .	460
CHAPITRE III. — <i>Le plan et la droite</i> . . . . .	461
Le plan . . . . .	461
Plan passant par trois points . . . . .	464
Conditions pour que deux plans soient parallèles . . . . .	465
Intersection de trois plans . . . . .	467
Condition pour que trois plans passent par une même droite . . . . .	470
Condition pour que quatre plans passent par un même point . . . . .	471

	Pages.
La droite . . . . .	472
Paramètres directeurs d'une droite. . . . .	473
Droite passant par deux points. . . . .	475
Condition pour que deux droites se rencontrent. . . . .	476
<b>CHAPITRE IV. — Angles et distances . . . . .</b>	<b>479</b>
Angles de deux droites. . . . .	479
Droite perpendiculaire à un plan . . . . .	480
Angle de deux plans. . . . .	481
Distance d'un point à un plan . . . . .	483
Volume d'un tétraèdre. . . . .	485
Distance d'un point à une droite . . . . .	487
Perpendiculaire commune à deux droites. . . . .	489
Plus courte distance de deux droites . . . . .	490
Coordonnées homogènes . . . . .	492
Éléments imaginaires . . . . .	494
Rapport anharmonique d'un faisceau de quatre plans . . . . .	495
<b>CHAPITRE V. — Sphère . . . . .</b>	<b>499</b>
Conditions pour que l'équation générale du deuxième degré représente une sphère. . . . .	499
Puissance d'un point par rapport à une sphère . . . . .	501
Plan radical de deux sphères. . . . .	502
<b>CHAPITRE VI. — Lieux géométriques et génération des surfaces . . . . .</b>	<b>505</b>
Cylindres . . . . .	507
Cônes . . . . .	509
Cône des directions asymptotiques d'une surface algébrique. . . . .	512
Surfaces de révolution. . . . .	513
<b>CHAPITRE VII. — Propriétés des courbes gauches . . . . .</b>	<b>518</b>
Tangentes. . . . .	518
Plan osculateur . . . . .	519
Longueur d'un arc de courbe . . . . .	524
Courbure . . . . .	525
Hélice circulaire. . . . .	528
<b>CHAPITRE VIII. — Plans tangents aux surfaces . . . . .</b>	<b>532</b>
Plans tangents aux cylindres. . . . .	534
Plans tangents aux cônes . . . . .	534
Plans tangents aux surfaces de révolution . . . . .	534
Cas où la surface est algébrique . . . . .	536
<b>CHAPITRE IX. — Généralités sur les quadriques . . . . .</b>	<b>538</b>
Décomposition de la forme quadratique à trois variables en une somme algébrique de carrés indépendants . . . . .	540
Directions asymptotiques des quadriques . . . . .	544
Plans tangents aux quadriques. . . . .	545
Intersection d'une quadrique et d'une droite passant par un point de la surface. . . . .	547
Points doubles dans les quadriques. . . . .	550
Plans tangents par un point non situé sur la surface. — Cône circonscrit. . . . .	552

	Pages.
Plans tangents parallèles à une droite. — Cylindre circonscrit. . . . .	554
Plans tangents passant par une droite . . . . .	555
Plans tangents parallèles à un plan . . . . .	556
<b>CHAPITRE X. — Classification des quadriques . . . . .</b>	<b>558</b>
Genre Ellipsoïde. . . . .	559
Genre Hyperboloïde . . . . .	561
Paraboloïdes. . . . .	563
Cylindres . . . . .	565
Remarques sur la classification . . . . .	567
<b>CHAPITRE XI. — Centre, plans diamétraux et diamètres . . . . .</b>	<b>570</b>
Centre. . . . .	570
Plans diamétraux . . . . .	574
Directions conjuguées . . . . .	577
Diamètres . . . . .	577
Propriétés communes aux plans diamétraux et aux diamètres. . . . .	579
Diamètres conjugués. . . . .	580
<b>CHAPITRE XII. — Directions principales dans les quadriques. . . . .</b>	<b>582</b>
Equation en S. . . . .	584
<b>CHAPITRE XIII. — Réduction de l'équation du deuxième degré. . . . .</b>	<b>591</b>
Applications numériques. . . . .	597
<b>CHAPITRE XIV. — Pôles et plans polaires. . . . .</b>	<b>601</b>
Plan polaire d'un point. . . . .	601
Pôle d'un plan. . . . .	602
Points conjugués. . . . .	604
Plans conjugués. Droites conjuguées . . . . .	605
Tétraèdres conjugués . . . . .	607
<b>CHAPITRE XV. — Étude particulière de l'ellipsoïde . . . . .</b>	<b>609</b>
Sections planes . . . . .	614
Plans tangents. . . . .	613
Normales . . . . .	616
Plans diamétraux et diamètres. . . . .	617
Diamètres conjugués. . . . .	620
Sections circulaires . . . . .	621
<b>CHAPITRE XVI. — Étude particulière des hyperboloïdes. . . . .</b>	<b>625</b>
Hyperboloïdes conjugués. . . . .	628
Cône asymptote . . . . .	628
Sections planes . . . . .	629
Plans tangents. . . . .	633
Plans diamétraux et diamètres. . . . .	636
Diamètres conjugués. . . . .	639
Sections circulaires . . . . .	640
Généatrices rectilignes . . . . .	642
Génération rectiligne de l'hyperboloïde à une nappe . . . . .	652
<b>CHAPITRE XVII. — Étude particulière des paraboloïdes. . . . .</b>	<b>654</b>
Directions asymptotiques et plans asymptotes . . . . .	656
Sections planes . . . . .	658

	Pages
Plans tangents. . . . .	661
Normales . . . . .	664
Plans diamétraux et diamètres. . . . .	665
Équation réduite du paraboloïde en axes obliques. . . . .	667
Sections circulaires . . . . .	669
Généatrices rectilignes . . . . .	671
Génération rectiligne du paraboloïde hyperbolique . . . . .	675
CHAPITRE XVIII. — <i>Homothétie</i> . . . . .	678
Équation générale des surfaces homothétiques d'une surface donnée. . . . .	679
Homothétie des quadriques. . . . .	681
CHAPITRE XIX. — <i>Compléments à la théorie des vecteurs</i> . . . . .	687
Détermination analytique des vecteurs . . . . .	687
Somme géométrique de plusieurs vecteurs . . . . .	689
Différence géométrique de deux vecteurs. . . . .	692
Décomposition d'un vecteur . . . . .	693
Produit scalaire de deux vecteurs . . . . .	696
Produit vectoriel de deux vecteurs . . . . .	696
Applications. . . . .	702