

Inhaltsverzeichnis

I Topologische Räume

§ 1	Metrische Räume	9
	1.1 Metrik, S. 9. — 1.2 Umgebungen, S. 11. — 1.3 Offene Mengen, S. 11. — 1.4 Konvergenz, S. 11.	
§ 2	Topologische Räume	12
	2.1 Offene Mengen, S. 12. — 2.2 Umgebungen, S. 13. — 2.3 Umgebungsaxiome, S. 13. — 2.4 Inneres, S. 15. — 2.5 Abgeschlossene Mengen, S. 15. — 2.6 Weitere Grundbegriffe, S. 16. — 2.7 Umgebungsbasen, S. 17. — 2.8 Stetigkeit, S. 17. — 2.9 Homöomorphie, S. 19.	
§ 3	Vergleich und Erzeugung von Topologien	21
	3.1 Vergleich von Topologien, S. 21. — 3.2 Durchschnitt von Topologien, S. 22. — 3.3 Obere Grenze einer Familie von Topologien, S. 22. — 3.4 Basen, S. 23.	
§ 4	Erzeugung topologischer Räume	25
	4.1 Induzierte Topologie, S. 25. — 4.2 Teilräume, S. 26. — 4.3 Identifizierungstopologie, S. 28. — 4.4 Offene und abgeschlossene Abbildungen, S. 29. — 4.5 Topologische Produkte, S. 30. — 4.6 Assoziativität topologischer Produkte, S. 34. — 4.7 Abbildungen topologischer Produkte, S. 35. — 4.8 Topologische Summen, S. 36. — 4.9 Zusammenhang, S. 37.	
§ 5	Konvergenz	40
	5.1 Filter, S. 40. — 5.2 Vergleich von Filtern, Konvergenz, S. 41. — 5.3 Durchschnitt und obere Grenze von Filterfamilien, S. 42. — 5.4 Separierte Räume, S. 44. — 5.5 Häufungspunkte, S. 45. — 5.6 Die Rolle des 1. Abzählbarkeitsaxioms, S. 46. — 5.7 Ultrafilter, S. 48.	
§ 6	Konvergenz und Stetigkeit	50
	6.1 Bild und Urbild von Filtern, S. 50. — 6.2 Stetigkeit, S. 51. — 6.3 Konvergenz in Produkten, S. 52. — 6.4 Fortsetzung stetiger Abbildungen, S. 53. — 6.5* Doppellimites, S. 56. — 6.6* Moore-Smith-Folgen, S. 56. — 6.7* Konvergenz als Grundbegriff, S. 57.	
§ 7	Kompakte und lokalkompakte Räume	59
	7.1 Kompakte Räume, S. 59. — 7.2 Bilder kompakter Räume, S. 61. — 7.3 Kompakte Produkte, S. 62. — 7.4 Verwandte Begriffe, S. 63. — 7.5 Lokalkompakte Räume, S. 66. — 7.6 Die Alexandroffsche Kompaktifizierung, S. 67. — 7.7 Abzählbarkeit im Unendlichen, S. 70. — 7.8 Eigentliche Abbildungen, S. 71. — 7.9 Kompakt-offene Topologie, S. 72.	

§ 8 Normale und parakompakte Räume	76
8.1 Umgebungen von Teilmengen, S. 76. — 8.2 Normale Räume, S. 77. — 8.3 Normalität metrischer Räume, S. 77. — 8.4 Fortsetzung stetiger Funktionen, S. 78. — 8.5* Parakompakte Räume, S. 83. — 8.6* Partition der Eins, S. 86. — 8.7* Spezielle parakompakte Räume, S. 88. — 8.8 Anhang über Wohlordnung, S. 91.	
§ 9 Vollständig reguläre Räume	92
9.1 Vollständige Regularität, S. 92. — 9.2 Einbettung in Quader, S. 93. — 9.3 Metrisierbarkeit, S. 95.	

II Uniforme Räume

§ 1 Uniforme Strukturen	99
1.1 Vorbemerkungen, S. 99. — 1.2 Operationen auf Paarmengen, S. 100. — 1.3 Uniforme Räume, S. 101. — 1.4 Die Topologie uniformer Räume, S. 103. — 1.5 Gleichmäßige Stetigkeit, S. 105. — 1.6 Isomorphie, S. 106.	
§ 2 Erzeugung uniformer Strukturen	107
2.1 Vergleich uniformer Strukturen, S. 107. — 2.2 Induzierte uniforme Struktur, S. 108. — 2.3 Separation, S. 110. — 2.4 Uniforme Produkte, S. 112. — 2.5 Offene und abgeschlossene Nachbarschaften, S. 113. — 2.6 Quasimetriken, S. 114. — 2.7 Uniformisierbarkeit, S. 116. — 2.8 Metrisierbarkeit, S. 119.	
§ 3 Vollständige Räume	120
3.1 Cauchyfilter, S. 120. — 3.2 Vollständige Räume, S. 122. — 3.3 Fortsetzung von Abbildungen, S. 123. — 3.4 Vervollständigung, S. 126. — 3.5 Vollständige Produkte, S. 127. — 3.6 Kompakte Räume, S. 128. — 3.7 Präkompakte Räume, S. 129. — 3.8 Vollständig metrisierbare Räume, S. 131. — 3.9 Der Satz von Baire, S. 132.	
§ 4 Gleichmäßige Konvergenz	135
4.1 Einfache Konvergenz, S. 135. — 4.2 Gleichmäßige Konvergenz, S. 136. — 4.3 Der Approximationssatz von Weierstraß und Stone, S. 139. — 4.4 Gleichmäßige Konvergenz auf Teilmengen, S. 143. — 4.5 Kompakte Konvergenz, S. 146. — 4.6 Struktureigenschaften, S. 147. — 4.7 Gleichgradige Stetigkeit, S. 148.	

III Homotopie

§ 1 Homotope Abbildungen	151
1.1 Homotopie, S. 151. — 1.2 Bogenkomponenten, S. 153. — 1.3 Homotopie-Äquivalenz, S. 155. — 1.4 Relative Homotopie, S. 156. — 1.5 Verallgemeinerung, S. 156. — 1.6 Retrakte, S. 156. — 1.7* Absolute Umgebungsretrakte, S. 158. — 1.8* Lokale Zusammenziehbarkeit, S. 160.	
§ 2 Simpliciale Komplexe	162
2.1 Grundbegriffe der affinen Geometrie, S. 162. — 2.2 Konvexe Mengen, S. 163. — 2.3 Affine Simplexe, S. 164. — 2.4 Simpliciale Komplexe, S. 167. — 2.5 Simpliciales Schema, S. 169. — 2.6 Normalunterteilung, S. 170. — 2.7 Simpliciale Approximation, S. 173.	

§ 3 Zellenkomplexe	174
3.1 Allgemeines, S. 174. — 3.2 Unterkomplexe, S. 177. — 3.3 Produkte, S. 178. — 3.4 Homotopie-Erweiterung, S. 179. — 3.5 Zellenartige Approximation, S. 180. — 3.6* Lokale Zusammenziehbarkeit, S. 185.	
§ 4 Gruppen	188
4.1 Grundbegriffe, S. 188. — 4.2 Direkte Produkte, S. 189. — 4.3 Erzeugende und Relationen, S. 190. — 4.4 Hinzunahme von Relationen, S. 193. — 4.5 Änderung des Gruppendatums, S. 194. — 4.6 Freie Produkte, S. 194.	
§ 5 Fundamentalgruppe	196
5.1 Homotopie von Wegen, S. 196. — 5.2 Komposition von Wegen, S. 197. — 5.3 Fundamentalgruppe, S. 199. — 5.4 Induzierte Homomorphismen, S. 201. — 5.5 Fundamentalgruppe topologischer Produkte, S. 203. — 5.6 Verallgemeinerte Wege, S. 203. — 5.7 Fundamentalgruppe von Zellenkomplexen, S. 204. — 5.8 Anwendungen, S. 208. — 5.9 Isomorphiebeweis, S. 212.	
§ 6 Überlagerungen	215
6.1 Plausibilitätsbetrachtung, S. 215. — 6.2 Überlagerungen, S. 215. — 6.3 Hochheben von Homotopien, S. 217. — 6.4 Beziehung zwischen den Fundamentalgruppen, S. 219. — 6.5 Hochheben von Abbildungen, S. 221. — 6.6 Deckbewegungen, S. 222. — 6.7 Existenz, S. 225. — 6.8 Universelle Überlagerung, S. 228. — 6.9* Überlagerungen von Zellenkomplexen, S. 229.	

IV Singuläre Homologietheorie

§ 1 Homologiegruppen	232
1.1 Simpliciale Homologie, S. 232. — 1.2 Singuläre Homologiegruppen, S. 235. — 1.3 Kettenkomplexe, S. 239. — 1.4 Relative Homologie, S. 241. — 1.5 Exakte Homologiefolge, S. 243. — 1.6 Fünferlemma, S. 246. — 1.7 Direkte Summen, S. 247. — 1.8 Reduzierte 0-te Homologiegruppe, S. 250.	
§ 2 Homotopie-Eigenschaften	252
2.1 Kettenhomotopie, S. 252. — 2.2 Kegelkonstruktion, S. 253. — 2.3 Induzierte Kettenhomotopie, S. 254. — 2.4 Baryzentrische Unterteilung, S. 258. — 2.5 Kleine Ketten, S. 261. — 2.6 Ausschneidungssatz, S. 262. — 2.7 Freie Kettenkomplexe, S. 263.	
§ 3 Berechnung von Homologiegruppen	267
3.1 Homologiegruppen der Sphären, S. 267. — 3.2 Orientierte Sphären und Kugeln, S. 270. — 3.3 Lokale Homologie, S. 271. — 3.4 Zellenketten, S. 275. — 3.5 Bestimmung von Inzidenzzahlen, S. 279. — 3.6 Endlich erzeugte abelsche Gruppen, S. 283. — 3.7 Spurformel, S. 287. — 3.8* Beziehung zwischen $H_1(X)$ und Fundamentalgruppe, S. 290.	
§ 4 Kohomologie	292
4.1 Die Gruppe $\text{Hom}(A, G)$, S. 292. — 4.2 Kohomologiegruppen, S. 296. — 4.3 Singuläre Kohomologie, S. 299. — 4.4 Kohomologiering, S. 301. — 4.5 Beispiele, S. 306. — 4.6 cap -Produkt, S. 310. — 4.7 Moduln, S. 312.	

Anhang. Grundbegriffe der Mengenlehre	314
A 1 Mengen, S. 314. — A 2 Teilmengen, S. 314. — A 3 Abbildungen, S. 316. —	
A 4 Mächtigkeit, S. 317. — A 5 Bildung neuer Mengen, S. 317. — A 6 Familien,	
S. 317. — A 7 Äquivalenzrelationen, S. 319. — A 8 Das Auswahlaxiom, S. 320.	
Literaturhinweise	320
Namen- und Sachverzeichnis	322