

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1: Die Stellen eines globalen Körpers	1
Absolutbeträge und Stellen eines Körpers	1
Die Stellen von \mathbb{Q} und $\mathbb{F}_q(X)$	3
Das kanonische Betragssystem eines globalen Körpers	4
Der Fortsetzungssatz	6
Die Produktformel für das kanonische Betragssystem	8
Restklassengrad und Verzweigung	9
Kapitel 2: Zur Divisorentheorie eines globalen Körpers	11
Divisoren und Hauptdivisoren	11
Die exakte Fundamentalsequenz	13
Absolutnormen von Divisoren und Gradabbildung	15
Der Ring \mathfrak{o}_K der ganzen Elemente	17
Vielfachenmodul eines Divisors	21
Der schwache Approximationssatz	22
Nullstellen und Polstellen	25
Kapitel 2*: Satz von Riemann–Roch	29
Bewertungsvektoren	29
Eine exakte Sequenz für Vielfachenmoduln	30
Die Riemannsche Ungleichung	31
Der K -Vektorraum der Weil–Differentialiale	35
Kanonische Klasse und der Satz von Riemann–Roch	36
Kapitel 3: Zur Idealtheorie eines Zahlkörpers	41
Der Hauptsatz der Idealtheorie in Zahlkörpern	41
Restklassenringe und Absolutnorm	44

Ganzheitsbasen und Diskriminante	47
Die Absolutnorm als Determinante	52
Kapitel 4: Adele und Idele	55
Der Adelring V_K mit der Adeltopologie	55
Die Gruppe I_K der Idele mit der Ideltopologie	57
Die diskrete Untergruppe K^\times der Hauptidele	58
Absolutbetrag von Idelen, die Gruppe C_K^0	59
Idele und Ideale	60
Die Kompaktheit von C_K^0 , die Endlichkeit der Klassenzahl und der Dirichletsche Einheitsensatz	62
Kapitel 5: Das Grundlemma für globale Körper	71
Erste Formulierung des Grundlemmas	71
Beweis der Kompaktheit von C_K^0	72
Beweis des Grundlemmas	73
Kompaktheit von V_K/K	78
Starker Approximationssatz	80
Grundmaschenvolumen des Gitters \mathfrak{o}_K	81
Explizitere Fassungen des Grundlemmas	83
Dedekinds Diskriminantensatz (über \mathbb{Q})	88
Der Satz von Minkowski: $ d_K > 1$ für $K : \mathbb{Q} > 1$	89
Minkowskis Gitterpunktsatz und die Minkowski-Schranke	90
Diskriminantenabschätzung nach Minkowski	93
Der Satz von Hermite-Minkowski	94
Der Satz von Minkowski-Hensel	96
Kapitel 6: Grundbegriffe über Erweiterungen globaler Körper	99
Zerlegung der Primideale in einer Erweiterung	99
Die Injektion $\mathfrak{J}_K \rightarrow \mathfrak{J}_E$ der Divisorengruppen	100
Die Normabbildung für Divisoren	100
Zerlegungsverhalten bei Galois-Erweiterungen	102
Die Injektion $I_K \rightarrow I_E$ der Idelgruppen	107
Die Operation der Galoisgruppe auf Idelen	108
Die Normabbildung für Idele	109

Die Injektion $C_K \rightarrow C_E$ der Idelklassengruppen	111
$C_E^G = C_K$ im galoisschen Fall	111
Zerlegungsverhalten bei quadratischen Zahlkörpern	113
Ein Satz von Stickelberger	116
Beispiele	117
Kapitel 7: Frobenius- und Artinsymbol	123
Definition des Frobeniusautomorphismus	123
Formale Eigenschaften des Frobeniusymbols	124
Die Artinabbildung	127
Artinsymbol bei Einheitswurzelweiterungen	132
Die quadratischen Zahlkörper als Kreisteilungskörper	134
Das Quadratische Reziprozitätsgesetz	136
Das Zerlegungsgesetz für quadratische Zahlkörper	141
Kapitel 8: Ein erstes Lokal-Global-Prinzip	147
G -Moduln und $H^1(G, A)$	147
Der Herbrandquotient	153
Induzierte Moduln	155
Anwendung auf Idelgruppen	158
Herbrandquotient von C_L für zyklisches L/K	160
Der 'Zerfallungssatz'	164
Kapitel 9: n-te Potenzen in globalen Körpern	167
Fragestellung und algebraische Vorbetrachtungen	167
Ein Lokal-Global-Prinzip mit Ausnahmefall	173
Kummererweiterungen mit Einheitengruppen	177
Die 'zweite Ungleichung' für gewisse Kummererweiterungen	180
Wann sind Einheiten n -te Potenzen?	183
p -Potenzen von Einheiten und die Leopoldt-Vermutung	185
Kapitel 10: Der Hassesche Normensatz	191
Der zahlentheoretische Knoten von Scholz	191
Der algebraische Hauptsatz von Hasse-Brauer-Noether	192
Beweis des Hasseschen Normensatzes (für Zahlkörper)	195

Der Satz von Artin–Tate: $H^1(G, C_L) = 1$	196
Charakterisierung von Zerfällungskörpern	197
Existenz zyklischer Zerfällungskörper in einem $K(\mu_m)$ mit m prim zu den Verzweigungsstellen	199
Zetafunktionen zentraleinfacher K -Algebren und der Hauptsatz von Hasse–Brauer–Noether, ein Kurzbericht	205
Kapitel 11: Das globale Normrestsymbol	213
Programmatische Übersicht über die Brauergruppe globaler Körper	213
Definition des globalen Normrestsymbols	216
Funktorielle Eigenschaften des Normrestsymbols	217
Algebrentheoretische Beschreibung des Normrestsymbols	221
Die Produktformel für das globale Normrestsymbol	224
Explizites lokales Reziprozitätsgesetz für \mathbb{Q}_p	228
Das globale Reziprozitätsgesetz	230
Einige Folgerungen aus dem globalen Reziprozitätsgesetz	233
Kapitel 12: Hilbertsymbole	239
Lokales n -tes Hilbertsymbol für n prim zu $\text{char}(K)$	239
Der zahme Fall	242
Hilbertsymbole für \mathbb{Q}_p	244
Die Produktformel für das Hilbertsymbol	245
Grobes Reziprozitätsgesetz für n -te Potenzreste	246
Der Fall $K = \mathbb{Q}$: Quadratisches Reziprozitätsgesetz	247
Das lokale p -Hilbertsymbol für $\text{char}(K) = p$	248
Die Residuumsformel für das lokale p -Hilbertsymbol	250
Die Summenformel für das p -Hilbertsymbol	253
Die nicht–ausgeartete globale Paarung zum p -Hilbertsymbol	256
Beweis des Hesseschen Normensatzes für $\text{char}(K) = p$	258
Kapitel 13: Globale Klassenkörper	261
Fragestellung und Vorbetrachtungen	261
Zur Gruppe \mathcal{D}_K der universellen Normen von K	263
Der globale Existenzsatz	267
Strahlklassengruppen und Strahlklassenkörper	269
Der Satz von Kronecker–Weber	272

Führer und Verzweigung	273
Die idealtheoretische Sprechweise	276
Das Artinsche Reziprozitätsgesetz	280
Das Zerlegungsgesetz	282
Der Hilbertsche Klassenkörper und der Hauptidealsatz	283
Bemerkungen zum 'Satz 94 von Hilbert'	284
Der Dichtigkeitssatz von Tschebotarev	286
Kapitel 14: Normenreste	295
Der Scholzsche Zahlknoten $\partial_{K/k}$ und zentrale Erweiterungen	295
Die Existenz von Auflösungen	298
Ein Kriterium für unmittelbare Auflösungen	301
Auflösungen der Gruppe $H^{-1}(G, C_K)$	304
Zusammenhang mit dem Schur-Multiplikator	308
Zwei Resultate zum abelschen Fall	309
Anhang: Kleiner algebraischer Differentialkalkül	315
Index	331