I N H A L T

1. ELEMENTARE DIFFERENTIALGEOMETRIE 1

1.1. Grundlegendes über Kurven 1
1.2. Kurven im $\mathbb{R}^2$ 7
1.3. Vierscheitelsatz 15
1.4. Kurven im $\mathbb{R}^3$ 18
1.5. Flächenstücke im $\mathbb{R}^3$ 27
1.6. Die Abbildungen von Gauß und Weingarten 35
1.7. Die Rolle der zweiten Fundamentalform 41
1.8. Regelflächen 48
1.9. Nullinien Pfaffscher Formen in $\mathbb{R}^2$ und Anwendungen 53
Weitere Aufgaben zu Kapitel 1 62

2. RIEMANNSCHE GEOMETRIE 64

2.1. Definition und einfache Eigenschaften 64
2.2. Der Levi-Civita-Zusammenhang 71
2.3. Die Methode der Basisfelder (Cartanscher Kalkül) 80
2.4. Wechsel des Basisfeldes 89
2.5. Spezialisierung auf den zweidimensionalen Fall 94
2.6. Parallelverschiebung 96
2.7. Geodätische und Exponentialabbildung 103
2.8. Die Schnittkrümmung 112
2.9. Radiale Entwicklung 120
Weitere Aufgaben zu Kapitel 2 127

3. HYPERFLÄCHEN IM EUKLIDISCHEN RAUM 131

3.1. Grundlegendes über Hyperflächenimmersionen 132
3.2. Die Methode der bewegten Basen 137
3.3. Die Abbildungen von Gauß und Weingarten 144
3.4. Nabelpunktsimmersionen 150
3.5. Isometrie und Kongruenz 156
3.6. Der Kalkül von K. Voss 163
3.7. Die Integralformeln von Minkowski 171
3.8. Globale Kennzeichnungen der Sphären 181
3.9. Der Kongruenzsatz von Cohn-Vossen 189

4. DER SATZ VON GAUSS-BONNET 196

4.1. Der Kalkül von Flanders 196
4.2. Die Chern-Gleichung 202
4.3. Gauß-Bonnet-Chern-Integral und reguläre Nullstellen von Vektorfeldern 211
4.4. Allgemeiner Index und Euler-Charakteristik 223
4.5. Der Integralsatz von Gauss-Bonnet mit Rand 230
4.6. Berechnung der Euler-Charakteristik durch nicht-ausgeartete Funktionen 240

5. FORTFÜHRUNG DER TENSORANALYSIS 247

5.1 Kovariante Ableitung von Tensorfeldern 247
5.2 Lie-Klammer und Koszul-Kalkül 253
5.3 Vektorfelder längs Abbildungen 261

6 FORTFOHRUNG DER RIEMANNSCHEN GEOMETRIE 272

6.1 Exponentialabbildung und Jacobi-Felder 272
6.2 Das Gauß-Lemma und seine Konsequenzen 283
6.3 Riemannsche Mannigfaltigkeiten als metrische Räume 292
6.4 Die beiden Variationsformeln 304

ANHÄNGE
I. Multilineare Algebra 308
II. Differenzierbare Mannigfaltigkeiten 310

BILDTAFELN ZU DEN H-FLÄCHEN 320

LITERATUR 321

SYMBOLE 323

REGISTER 326