

# Inhalt

1	Grundlagen	1
1.1	Einführung	1
1.2	Ein paar Grundbegriffe	7
1.2.1	Topologie	7
1.2.2	Graphentheorie	11
1.2.3	Geometrie	18
1.2.4	Komplexität von Algorithmen	27
1.2.5	Untere Schranken	33
	Lösungen der Übungsaufgaben	43
2	Das Sweep-Verfahren	51
2.1	Einführung	51
2.2	Sweep im Eindimensionalen	52
2.2.1	Das Maximum einer Menge von Objekten	52
2.2.2	Das dichteste Paar einer Menge von Zahlen	52
2.2.3	Die maximale Teilsumme	54
2.3	Sweep in der Ebene	57
2.3.1	Das dichteste Punktepaar in der Ebene	57
2.3.2	Schnittpunkte von Liniensegmenten	64
2.3.3	Die untere Kontur – das Minimum von Funktionen	78
2.3.4	Der Durchschnitt von zwei Polygonen	88
2.4	Sweep im Raum	92
2.4.1	Das dichteste Punktepaar im Raum	92
	Lösungen der Übungsaufgaben	95
3	Geometrische Datenstrukturen	103
3.1	Einführung	103
3.2	Dynamisierung	106
3.2.1	Amortisiertes Einfügen: die Binärstruktur	109
3.2.2	Amortisiertes Entfernen durch gelegentlichen Neubau	115
3.2.3	Amortisiertes Einfügen und Entfernen	117
3.2.4	Einfügen mit gutem Verhalten im worst case	120
3.2.5	Entfernen mit gutem Verhalten im worst case	125
3.2.6	Einfügen und Entfernen mit gutem worst case	127
3.3	Interne Datenstrukturen für Punkte	130

3.3.1	Der $k$ -d-Baum . . . . .	130
3.3.2	Der Bereichsbaum . . . . .	139
3.3.3	Der Prioritätssuchbaum . . . . .	144
	Lösungen der Übungsaufgaben . . . . .	151
4	Durchschnitte und Sichtbarkeit . . . . .	159
4.1	Die konvexe Hülle ebener Punktfolgen . . . . .	159
4.1.1	Präzisierung des Problems und untere Schranke . . . . .	160
4.1.2	Inkrementelle Verfahren . . . . .	163
4.1.3	Ein einfaches optimales Verfahren . . . . .	171
4.1.4	Der Durchschnitt von Halbebenen . . . . .	174
4.2	Triangulieren eines einfachen Polygons . . . . .	179
4.3	Konstruktion des Sichtbarkeitspolygons . . . . .	185
4.3.1	Der Algorithmus . . . . .	186
4.3.2	Verschiedene Sichten im Inneren eines Polygons . . . . .	192
4.3.3	Das Kunstgalerie-Problem . . . . .	194
4.4	Der Kern eines einfachen Polygons . . . . .	197
4.4.1	Die Struktur des Problems . . . . .	198
4.4.2	Ein optimaler Algorithmus . . . . .	204
	Lösungen der Übungsaufgaben . . . . .	207
5	Distanzprobleme . . . . .	211
5.1	Einführung . . . . .	211
5.2	Definition und Struktur des Voronoi-Diagramms . . . . .	213
5.3	Anwendungen des Voronoi-Diagramms . . . . .	221
5.3.1	Das Problem des nächsten Postamts . . . . .	221
5.3.2	Die Bestimmung aller nächsten Nachbarn . . . . .	223
5.3.3	Der minimale Spannbaum . . . . .	225
5.3.4	Der größte leere Kreis . . . . .	228
5.4	Die Delaunay-Triangulation . . . . .	233
5.4.1	Definition und elementare Eigenschaften . . . . .	233
5.4.2	Die Maximalität der kleinsten Winkel . . . . .	235
5.5	Verallgemeinerungen . . . . .	239
5.5.1	Allgemeinere Abstandsbegriffe . . . . .	239
5.5.2	Voronoi-Diagramme von Liniensegmenten . . . . .	250
5.5.3	Anwendung: Bewegungsplanung für Roboter . . . . .	255
	Lösungen der Übungsaufgaben . . . . .	261
6	Berechnung des Voronoi-Diagramms . . . . .	269
6.1	Die untere Schranke . . . . .	269
6.2	Inkrementelle Konstruktion . . . . .	271
6.2.1	Aktualisierung der Delaunay-Triangulation . . . . .	272
6.2.2	Lokalisierung mit dem Delaunay-DAG . . . . .	277
6.2.3	Randomisierung . . . . .	282
6.3	Sweep . . . . .	286

---

6.3.1	Die Wellenfront . . . . .	287
6.3.2	Entwicklung der Wellenfront . . . . .	290
6.3.3	Der Sweep-Algorithmus für $V(S)$ . . . . .	291
6.4	Divide and Conquer . . . . .	295
6.4.1	Mischen von zwei Voronoi-Diagrammen . . . . .	296
6.4.2	Konstruktion von $B(L, R)$ . . . . .	298
6.4.3	Das Verfahren divide and conquer für $V(S)$ . . . . .	303
6.5	Geometrische Transformation . . . . .	305
6.6	Verallgemeinerungen . . . . .	307
	Lösungen der Übungsaufgaben . . . . .	309
7	Bewegungsplanung bei unvollständiger Information . . . . .	313
7.1	Ausweg aus einem Labyrinth . . . . .	316
7.2	Finden eines Zielpunkts in unbekannter Umgebung . . . . .	324
7.3	Kompetitive Strategien . . . . .	330
7.3.1	Suche nach einer Tür in einer Wand . . . . .	333
7.3.2	Exponentielle Vergrößerung der Suchtiefe: ein Paradigma . . . . .	341
7.4	Suche nach dem Kern eines Polygons . . . . .	350
7.4.1	Die Strategie CAB . . . . .	351
7.4.2	Eine Eigenschaft der von CAB erzeugten Wege . . . . .	357
	Lösungen der Übungsaufgaben . . . . .	365
	Literatur . . . . .	371
	Index . . . . .	379