

Inhalt

| | |
|---|-----|
| 1 Grundlagen | 1 |
| 1.1 Mengen | 1 |
| 1.2 Abbildungen, Funktionen | 7 |
| 1.3 Körper | 10 |
| 1.4 Geordnete Körper | 16 |
| 1.5 Vollständige Induktion | 23 |
| 1.6 Folgen und Reihen in geordneten Körpern | 27 |
| 1.7 Beispiele von Folgen und Reihen in \mathbb{Q} | 34 |
| 1.8 CAUCHY-Folgen in geordneten Körpern | 38 |
| 1.9 Relationen, Klasseneinteilungen von Mengen | 43 |
| 1.10 Konstruktion der reellen Zahlen | 45 |
| 1.11 Die Körpereigenschaften von \mathbb{R} | 47 |
| 1.12 Die Ordnung in \mathbb{R} | 50 |
| 1.13 Einbettung von \mathbb{Q} in \mathbb{R} | 52 |
| 1.14 Die Vollständigkeit von \mathbb{R} | 56 |
| 1.15 Der Hauptsatz über monotone Folgen; die Zahl e | 60 |
| 1.16 Dezimalbruchdarstellung reeller Zahlen | 66 |
| 1.17 Das Rechnen mit Näherungswerten | 70 |
| 2 Funktionen einer reellen Variablen | 75 |
| 2.1 Mächtigkeit von Mengen | 75 |
| 2.2 Metrische Räume | 80 |
| 2.3 Umgebungen, offene, abgeschlossene und kompakte Mengen | 84 |
| 2.4 Häufungspunkte | 92 |
| 2.5 Der Satz von BOLZANO-WEIERSTRASS für \mathbb{R} | 94 |
| 2.6 Der Satz von HEINE-BOREL für \mathbb{R} | 96 |
| 2.7 Supremum und Infimum von Mengen | 97 |
| 2.8 Verdichtungspunkte; Limes superior und Limes inferior von Folgen | 102 |
| 2.9 Abbildungen, Stetigkeit, gleichmäßige Stetigkeit | 107 |
| 2.10 Reellwertige Funktionen auf metrischen Räumen | 115 |
| 2.11 Reellwertige Funktionen einer reellen Variablen | 121 |
| 2.12 Grenzwerte von Funktionen | 123 |

| X | Inhalt |
|----------|--|
| 2.13 | Monotone Funktionen 128 |
| 2.14 | Monotone Funktionen und Umkehrfunktionen 132 |
| 3 | Potenz, Exponentialfunktion, Logarithmus 134 |
| 3.1 | Potenzen mit ganzen Exponenten 134 |
| 3.2 | Potenzen mit rationalen Exponenten 136 |
| 3.3 | Potenz- und Exponentialfunktion mit rationalen Exponenten . . 140 |
| 3.4 | Potenz- und Exponentialfunktion mit reellen Exponenten 141 |
| 3.5 | Der Logarithmus 145 |
| 3.6 | Stetigkeit der allgemeinen Potenz 146 |
| 3.7 | Die Exponentialfunktion und die Zahl e 147 |
| 4 | Differentialrechnung 151 |
| 4.1 | Motivierung 151 |
| 4.2 | Definition der Ableitung; einfache Eigenschaften 152 |
| 4.3 | Ableitungsregeln 157 |
| 4.4 | Ableitung von $\log_b x$, b^x , x^a 161 |
| 4.5 | Der Satz von ROLLE 163 |
| 4.6 | Der 1. Mittelwertsatz der Differentialrechnung 165 |
| 4.7 | Der 2. Mittelwertsatz der Differentialrechnung 170 |
| 4.8 | Die Regeln von de l'HOSPITAL 171 |
| 5 | Integralrechnung 176 |
| 5.1 | Die Idee des RIEMANNSchen Integrals 176 |
| 5.2 | Eigenschaften von Ober- und Untersummen 179 |
| 5.3 | Untere und obere RIEMANN-DARBOUX-Integrale 182 |
| 5.4 | Das RIEMANNSche Integral 186 |
| 5.5 | RIEMANNSche Summen 190 |
| 5.6 | Eigenschaften des RIEMANNSchen Integrals 196 |
| 5.7 | Integration auf Teilintervallen 202 |
| 5.8 | Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung 205 |
| 5.9 | Das unbestimmte Integral 211 |
| 5.10 | Bestimmte Integration durch Substitution und partielle Integration 218 |
| 5.11 | Die Mittelwertsätze der Integralrechnung 221 |
| 5.12 | Der TAYLORSche Satz 225 |
| 5.13 | Die TAYLORreihen einiger elementarer Funktionen 231 |
| 5.14 | Extrema differenzierbarer Funktionen 235 |
| 5.15 | Bogenlänge ebener Kurven 239 |
| 5.16 | Uneigentliche Integrale 244 |

| | | |
|---------------------|--|------------|
| Inhalt | XI | |
| 5.17 | Konvergenzkriterien für uneigentliche Integrale | 247 |
| 5.18 | Die Gammafunktion | 252 |
| 6 | Die Trigonometrischen Funktionen | 258 |
| 6.1 | Das Bogenmaß von Winkeln | 258 |
| 6.2 | Analytische Definition des Bogenmaßes und der Funktionen $\sin t$, $\cos t$ | 260 |
| 6.3 | Die Funktionen $\tan t$ und $\cot t$ | 267 |
| 6.4 | Additionstheoreme für die trigonometrischen Funktionen | 269 |
| 6.5 | Die Umkehrfunktionen der trigonometrischen Funktionen | 272 |
| 7 | Einige elementare Methoden der angewandten Mathematik | 277 |
| 7.1 | Das Problem der Nullstellenbestimmung, die Regula falsi | 277 |
| 7.2 | Ein allgemeines Näherungsverfahren | 278 |
| 7.3 | Das NEWTONSche Verfahren | 282 |
| 7.4 | Das Interpolationsproblem | 288 |
| 7.5 | Die LAGRANGESche Interpolationsmethode | 289 |
| 7.6 | Die NEWTONSche Interpolationsmethode | 290 |
| 7.7 | Fehlerabschätzung bei Approximation durch Interpolation | 295 |
| 7.8 | Numerische Integration durch Interpolation | 298 |
| 7.9 | Die Trapez- und SIMPSON-Formel | 299 |
| 7.10 | Die Große Trapez- und SIMPSON-Formel | 305 |
| 8 | Einführung in die Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen | 311 |
| 8.1 | Der Raum \mathbb{R}^n , Funktionen mehrerer Variablen | 311 |
| 8.2 | Definition einer gewöhnlichen Differentialgleichung n -ter Ordnung | 313 |
| 8.3 | Die Differentialgleichung $y' = f(x, y)$, Richtungsfelder | 315 |
| 8.4 | Die Differentialgleichung $y' = f(x) \cdot g(y)$ (Getrennte Veränderliche) | 316 |
| 8.5 | Die Differentialgleichung $y' = f\left(\frac{ax + by + c}{\alpha x + \beta y + \gamma}\right)$ | 321 |
| 8.6 | Lineare Differentialgleichungen n -ter Ordnung | 334 |
| 8.7 | Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung | 344 |
| 8.8 | Lineare Differentialgleichungen 2. Ordnung | 348 |
| 8.9 | Lineare Differentialgleichungen 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten | 354 |
| Sachregister | | 362 |