

CHAPITRE 1. ESPACES HERMITIENS

- I. Généralités sur la classification des espaces hermitiens.
 - 1 Définitions
 - 2 Exemples
 - 3 Involutions
 - 4 Involutions sur un corps fini, local ou global
 - 5 Espace \mathbb{K} -hermitien de type 2, groupe de Witt
 - 6 Théorème d'orthogonalisation, invariants
 - 7 Espace alterné
 - 8 Base hyperbolique, décomposition de Witt
 - 9 Théorème de Witt
 - 10 Invariants
 - 11 Classification des espaces hermitiens sur un corps fini ou local
 - 12 Classification des espaces anti-hermitiens sur un corps de quaternions local
 - 13 Principes de Hasse
 - 14 Déviation au principe de Hasse dans le cas exceptionnel
 - 15 Invariants des espaces \mathbb{K} -hermitiens sur un corps global
 - 16 Produit tensoriel
 - 17 Paires duales
 - 18 Classification des sous-algèbres de Howe des algèbres centrales simples
 - 19 Classification des sous-groupes de Howe des groupes classiques
 - 20 Décomposition d'un espace symplectique en produit tensoriel
- II. Lagrangiens.
 - 1 Description de Ω associée à une polarisation
 - 2 Description de Ω associée à une décomposition en somme orthogonale
 - 3 Lemmes géométriques
 - 4 Lagrangiens fixés par un sous-groupe de Howe réductif
 - 5 Commutant de $U(W)$ dans $\text{End } W$
- III. Paraboliques.
 - 1 Extension des scalaires
 - 2 Groupes paraboliques
 - 3 Normalisateurs, classes de conjugaison, paraboliques maximaux
 - 4 Preuve de la proposition 2
 - 5 Description de $P(X)$

CHAPITRE 2. REPRESENTATIONS METAPLECTIQUES ET CONJECTURE DE HOWE

- I. Le groupe d'Heisenberg.
 - 1 Définition
 - 2 Théorème de Stone et Von Neumann
 - 3 Construction de la représentation métaplectique du groupe d'Heisenberg
 - 4 Exemples
 - 5 Unicité de la représentation métaplectique
 - 6 Propriétés de la représentation métaplectique
 - 7 Changement de modèles
 - 8 Représentations lisses du groupe d'Heisenberg
- II. Le groupe symplectique, la représentation métaplectique.
 - 1 Le groupe métaplectique et sa représentation
 - 2,3,4 Un modèle canonique de la représentation métaplectique
 - 5 Commutation dans le groupe métaplectique
 - 6 Modèle de Schrödinger
 - 7 Modèle de Schrödinger mixte
 - 8 Modèle latticiel
 - 9 Scindage au-dessus d'un sous-groupe
 - 10 Scindage du sous-groupe compact maximal
- III. La conjecture de Howe
 - 1 Paire réductive duale dans le groupe métaplectique
 - 2 Premier énoncé de la conjecture

- 3,4 Deux lemmes sur les produits tensoriels de représentations
- 5 Deuxième énoncé de la conjecture
- 6 Quelques questions ouvertes

CHAPITRE 3. CORRESPONDANCE DE HOWE ET INDUCTION

I. Restriction de l'extension métaplectique aux paires duales.

- 1 Théorème
- 2 Restriction des scalaires
- 3,4 Démonstrations
- 5,6,7 Formule explicite pour le cocycle métaplectique

II. Remarques sur les représentations des groupes p-adiques.

- 1 Définitions
- 2 Induction, restriction pour un produit semi-direct
- 3 $\text{ind}(G \times G, G, 1)$
- 4 Induction dans $\widehat{\text{Sp}}(W)$
- 5 Représentations de $O(W)$
- 6 Groupes orthogonaux en petite dimension
- 7 Induction dans les groupes orthogonaux
- 8,9 Démonstrations

III. Paires duales de type 2.

- 1 Correspondance de Howe modifiée
- 2,3 Filtration
- 4,5 $m'(\pi)$
- 6 Description conjecturale de la correspondance de Howe
- 7 Démonstrations

IV. Paires duales de type 1.

- 1 Correspondance de Howe modifiée
- 2 $m'(\mathfrak{n})$
- 3 Les représentations analogues de θ_{10}
- 4 Théorème principal
- 5,6 $r_t(\omega_{m,m'})$
- 7,8,9 $(\omega_{m,m'})_{H_m}$
- 10 Démonstration du théorème 4

V. Démonstrations des théorèmes 5,7: calcul de coinvariants de $\omega_{m,m'}$.

CHAPITRE 4. SUR LES CLASSES DE CONJUGAISON DANS CERTAINS GROUPES UNITAIRES

I. Conjugaison dans certains groupes unitaires.

- 1 Hypothèses
- 2 La proposition fondamentale
- 3 Réduction à deux cas irréductibles
- 4 Le cas II
- 5 Le cas I: transformation du problème
- 6 -----: cas particulier
- 7 -----: cas général
- 8 La proposition adaptée au groupe métaplectique
- 9 Une réduction: produit de plusieurs groupes
- 10-----: extension du corps de base
- 11 Cas particulier: espace de dimension 2
- 12 Démonstration du cas général
- 13 conjugaison conservant le sous-groupe compact maximal

II. Contragrédientes des représentations des groupes unitaires.

- 1 Détermination de la représentation contragrédiente
- 2 -----: cas du groupe métaplectique

III. Commutativité de l'algèbre de Hecke de $\widehat{\text{Sp}}(W)$.

IV. A propos d'un commutant.

- 1 Commutant d'une paire réductive duale dans la représentation métaplectique

- 2 Un lemme sur les orbites
- 3,4 Démonstration de la proposition IV 1
- 5 Application aux corps finis

CHAPITRE 5. PAIRES REDUCTIVES DUALES NON RAMIFIEES

99

I. Sous-groupes compacts des groupes de Howe et représentation métaplectique.

- 1 Hypothèses
- 2 Groupes de congruence
- 3 Action des groupes de congruence
- 4 Théorème d'engendrement d'un espace d'invariants
- 5 Proposition complémentaire
- 6 Théorème (conjecture de Howe)
- 7,8,9 Démonstration du théorème I 6
- 10 Cas des représentations non ramifiées
- 11 Algèbres de Hecke

II. Réseaux auto-duaux.

- 1 Bases et congruences
- 2 Classification
- 3 Espaces isotropes et congruences
- 4 Cas symplectique
- 5 Relèvement des transformations unitaires
- 6 Sous-espaces et congruences
- 7 Base adaptée relativement à deux réseaux
- 8 Un lemme sur des orbites

III. Les démonstrations.

- 1 Une base de l'espace des invariants
- 2 Dyades
- 3 Dyades et invariance
- 4 Démonstration du théorème I 4. Réduction au niveau 1
- 5 ----- . Schéma de la démonstration au niveau 1
- 6 Construction d'un élément invariant
- 7 Fin de la démonstration
- 8 Démonstration de la proposition I 5

CHAPITRE 6. REPRESENTATIONS DE PETIT RANG DU GROUPE SYMPLECTIQUE

127

- 1 Notations générales
- 2 Enoncé du théorème
- 3 Définition locale du petit rang et lien avec la définition globale
- 4 On se place dans le cadre lisse
- 5 Enoncé du théorème local
- 6 Quelques lemmes
- 7 Quelques notations et le cas de $\beta=0$
- 8 Diagramme permettant une récurrence
- 9 Début de la récurrence: le cas de S_2
- 10 Preuve du théorème 5 (sauf iv)
- 11 Lien avec la représentation métaplectique; premières notations et remarques
- 12 Preuve de 5 iv
- 13 Lien de avec la conjecture de Howe
- 14 Etude de $\mathfrak{S}_r / \mathfrak{S}_{r+1}$
- 15 Preuve de la proposition 13 i
- 16 Preuve de 13 ii

Index Terminologique

163