

# Inhalt

	<b>Einleitung</b> .....	13
<b>1.</b>	<b>Grundlagen aus der Theorie der Permutationsgruppen</b> .....	16
1.1.	Permutationen und Permutationsgruppen .....	16
	A. Verschiedene Darstellungen von Permutationen .....	16
	B. Die Multiplikation von Permutationen und ihre Eigenschaften ..	19
	C. Permutationsgruppen .....	21
	D. Der Satz von CAYLEY .....	22
1.2.	Die symmetrische und die alternierende Gruppe .....	24
	A. Erzeugende der symmetrischen Gruppe .....	24
	B. Gerade und ungerade Permutationen .....	26
	C. Die alternierende Gruppe .....	27
1.3.	Der Satz von LAGRANGE und seine Anwendungen .....	28
	A. Der Satz von LAGRANGE .....	28
	B. Untergruppen der symmetrischen Gruppe .....	29
	C. Die Bahnen von Permutationsgruppen .....	31
1.4.	Kombinatorische Eigenschaften von Permutationsgruppen .....	33
	A. Transitive, reguläre und mehrfach transitive Permutationsgrup- pen .....	33
	B. Ähnlichkeit und Konjugiertheit .....	36
	C. Der Zyklenzeiger von Permutationsgruppen .....	37
1.5.	Invariante Relationen von Permutationsgruppen .....	39
	A. Grundlegende Definitionen .....	39
	B. Die $k$ -Bahnen von Permutationsgruppen .....	41
	C. Operationen auf invarianten Relationen .....	42
	D. Die Sätze von KRASNER .....	43
	E. Die $k$ -Abschließung von Permutationsgruppen .....	46
1.6.	Symmetriegruppen geometrischer Figuren .....	50
	A. Grundlegende Definitionen .....	50
	B. Diedergruppen .....	52
	C. Transformationsgruppen von Polyedern .....	54
	D. Die Symmetriegruppen der regelmäßigen Polyeder .....	56
	E. Invariante Relationen der Symmetriegruppen .....	59

1.7.	Operationen über Permutationsgruppen .....	61
	A. Das direkte Produkt von (abstrakten) Gruppen .....	62
	B. Die direkte Summe und das direkte Produkt von Permutationsgruppen .....	64
	C. Das Kranzprodukt .....	65
	D. Exponentiation von Permutationsgruppen .....	68
1.8.	Aufgaben .....	71
<b>2.</b>	<b>Einführung in die Abzählungstheorie .....</b>	<b>73</b>
2.1.	Das Lemma von CAUCHY-FROBENIUS-BURNSIDE .....	73
	A. Formulierung und Beweis des Lemmas .....	73
	B. Allgemeines Anwendungsschema .....	74
	C. Anmerkungen zur Geschichte des Lemmas von CAUCHY-FROBENIUS-BURNSIDE und seiner Anwendungen .....	79
2.2.	Grundlagen der Pólyaschen Abzählungstheorie .....	80
	A. Erzeugende Funktionen .....	80
	B. Zerlegungen und verträgliche Mengen (Blöcke) .....	82
	C. Der Satz von PÓLYA (für einen Spezialfall) .....	84
	D. Der polynomische Lehrsatz .....	86
	E. Der Pólyasche Abzählungssatz für den Fall von mehreren Variablen .....	89
2.3.	Abzählung von Färbungen .....	91
	A. Färbungen von Polyedern .....	91
	B. Färbungen von Ketten .....	95
2.4.	Abzählungen von Graphen .....	97
	A. Der Zyklenzeiger der symmetrischen Gruppe .....	97
	B. Abzählungen von gerichteten Graphen .....	100
	C. Abzählungen ungerichteter Graphen .....	103
2.5.	Aufgaben .....	104
<b>3.</b>	<b>Automorphismengruppen von Graphen .....</b>	<b>105</b>
3.1.	Die 2-Abschließung von Permutationsgruppen .....	105
	A. Begriffe und Bezeichnungen .....	105
	B. Die 2-Abschließung als Automorphismengruppe eines gefärbten Graphen .....	107
	C. Anzahl der Graphen mit vorgegebener Automorphismengruppe .....	108
3.2.	Das Isomorphieproblem für Graphen .....	110
	A. Problemstellung .....	110
	B. Die kanonische Numerierung der Punkte eines Graphen .....	112
	C. Die „branch-and-bound“-Methode .....	113
	D. Bestimmung der kanonischen Numerierung eines Graphen .....	115
3.3.	V-Ringe und zellulare Ringe .....	117
	A. V-Ringe .....	118
	B. Kohärente Relationenschemata und zellulare Ringe .....	123
	C. Die Bestimmung der zellularen Unterringe .....	125

3.4.	Binomialgraphen .....	127
	A. Die V-Ringe der induzierten symmetrischen Gruppen .....	128
	B. Die Unterringe von $\mathfrak{B}(S_n^m, P_n^m)$ für großes $n$ .....	131
	C. Die Automorphismengruppe der Binomialgraphen .....	132
	D. Die Obergruppen von $(S_n^m, P_n^m)$ .....	134
3.5.	Aufgaben .....	135
<b>4.</b>	<b>Der <math>n</math>-dimensionale Einheitswürfel und abstandstransitive Graphen</b> .....	<b>137</b>
4.1.	Der $n$ -dimensionale Würfel und seine Automorphismengruppe .....	138
	A. Der Graph des $n$ -dimensionalen Würfels .....	138
	B. Die Automorphismengruppe des $n$ -dimensionalen Würfels .....	139
	C. Die Gruppe $S_2 \uparrow S_n$ und ihr V-Ring .....	141
	D. Die Imprimitivitätssysteme von $S_2 \uparrow S_n$ .....	142
	E. Die Obergruppen von $S_2 \uparrow S_n$ .....	146
4.2.	Boolesche Funktionen .....	149
	A. Grundbegriffe und Bemerkungen .....	149
	B. Minimisierung Boolescher Funktionen .....	152
	C. Die Klassifikation Boolescher Funktionen und der Zykluszeiger der Gruppe $(S_2 \uparrow S_n, \mathbb{F}^n)$ .....	155
	D. Konstruktive Aufzählung der Typen Boolescher Funktionen .....	160
	E. Lineare Codes über dem zweielementigen Körper .....	163
4.3.	Abstandstransitive und abstandsreguläre Graphen .....	167
	A. Abstandstransitive Graphen .....	167
	B. Abstandsreguläre Graphen .....	172
	C. Streng reguläre Graphen .....	179
	D. Homogene Graphen .....	183
4.4.	Aufgaben .....	189
	<b>Algebraischer Anhang</b> .....	<b>190</b>
A.0.	Mengentheoretische, logische und andere Symbole .....	190
A.1.	Mengentheoretische Grundlagen und Begriffe .....	191
A.2.	Gruppen, Ringe, Körper .....	192
A.3.	Graphen .....	195
	<b>Literatur</b> .....	<b>199</b>
	<b>Namen- und Sachverzeichnis</b> .....	<b>205</b>