

Inhalt

1. Rechtwinklige kartesische Koordinaten und Drehung der Achsen	
1.1. Rechtwinklige kartesische Koordinaten	11
1.2. Richtungskosinus und Richtungsparameter	14
1.3. Der Winkel zwischen Geraden durch den Ursprung	15
1.4. Rechtwinklige Projektion einer Geraden auf eine andere	16
1.5. Drehung der Achsen	17
1.6. Die Summenkonvention und ihr Gebrauch	22
1.7. Invarianz bei Drehungen	24
1.8. Matrizenschreibweise	26
2. Skalar- und Vektoralgebra	
2.1. Skalare	27
2.2. Vektoren, allgemeines	28
2.3. Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar	34
2.4. Addition und Subtraktion von Vektoren	36
2.5. Die Einheitsvektoren \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k}	39
2.6. Das Skalarprodukt	40
2.7. Das Vektorprodukt	44
2.8. Das Spatprodukt	51
2.9. Das doppelte Vektorprodukt	54
2.10. Das Produkt aus vier Vektoren	55
2.11. Gebundene Vektoren	55
3. Vektorfunktionen einer reellen Variablen. Differentialgeometrie von Kurven	
3.1. Vektorfunktionen und ihre geometrische Bedeutung	56
3.2. Differenzieren eines Vektors	59
3.3. Differentiationsregeln	61
3.4. Tangenten an eine Kurve. Glatte, stückweise glatte und einfache Kurven	63
3.5. Die Bogenlänge	68
3.6. Krümmung und Torsion	69
3.7. Anwendungen in der Kinematik	73
4. Skalar- und Vektorfelder	
4.1. Bereiche	76
4.2. Funktionen mehrerer Variabler	77
4.3. Definition von Skalar- und Vektorfeldern	82
4.4. Der Gradient eines Skalarfeldes	83

6 Inhalt

4.5. Eigenschaften des Gradienten	85
4.6. Divergenz und Rotation eines Vektorfeldes	89
4.7. Der Nabla-Operator	91
4.8. Skalar-invariante Operatoren	95
4.9. Nützliche Gleichungen	99
4.10. Zylinderkoordinaten und sphärische Polarkoordinaten	103
4.11. Allgemeine krummlinige orthogonale Koordinaten	106
4.12. Vektorkomponenten in krummlinigen orthogonalen Koordinaten	110
4.13. $\text{grad } \Omega$, $\text{div } \mathbf{F}$, $\text{rot } \mathbf{F}$ und ∇^2 in krummlinigen orthogonalen Koordinaten	112
4.14. Vektoranalysis im n-dimensionalen Raum	118
5. Kurven-, Oberflächen- und Volumenintegrale	
5.1. Das Kurvenintegral über ein Skalarfeld	120
5.2. Das Kurvenintegral über ein Vektorfeld	125
5.3. Mehrfachintegrale	127
5.4. Doppel- und Dreifachintegrale	129
5.5. Flächen	141
5.6. Das Oberflächenintegral	149
5.7. Das Volumenintegral	156
6. Integralsätze	
6.1. Einführung	159
6.2. Der Gaußsche Satz	160
6.3. Die Greenschen Formeln	168
6.4. Der Stokessche Satz	172
6.5. Grenzwertdefinition von $\text{div } \mathbf{F}$ und $\text{rot } \mathbf{F}$	181
6.6. Geometrische und physikalische Bedeutung von Divergenz und Rotation	183
7. Anwendungen auf Potentiale	
7.1. Zusammenhängende Bereiche	185
7.2. Das Skalarpotential	187
7.3. Das Vektorpotential	190
7.4. Die Poisson-Gleichung	192
7.5. Die Poisson-Gleichung in Vektorform	197
7.6. Der Helmholtzsche Satz	198
7.7. Raumwinkel	200
8. Kartesische Tensoren	
8.1. Einführung	203
8.2. Kartesische Tensoren: algebraische Grundlagen	204

8.3. Invariante Tensoren	210
8.4. Tensorfelder	219
8.5. Der Gaußsche Satz für Tensorfelder	223
9. Sätze über die Darstellung invarianter Tensoren	
9.1. Einführung	225
9.2. Diagonalisierung symmetrischer Tensoren zweiter Stufe	226
9.3. Konstanten invarianter Tensoren zweiter Stufe	232
9.4. Darstellung invarianter Vektorfunktionen	233
9.5. Invariante Skalarfunktionen von symmetrischen Tensoren zweiter Stufe	235
9.6. Darstellung invarianter Tensorfunktionen	237
Anhang 1. Determinanten	242
2. Die Kettenregel für Jacobideterminanten	244
3. Darstellungen von grad, div, rot und ∇^2 in Zylinder- und Polarkoordinaten	244
4. Lösungen zu den Übungsaufgaben	245
5. Weitere Übungsaufgaben und Lösungen	250
Sachverzeichnis	256