
TABLE DES MATIÈRES.

SECONDE PARTIE.

CALCUL INTÉGRAL.

CHAPITRE I.

INTÉGRALES INDÉFINIES.

I. — *Intégration des fonctions rationnelles.*

Numéros	Pages
1-3. Procédés d'intégration.....	1
4-7. Intégration par décomposition en fractions simples.....	4
8-11. Autres méthodes.....	7

II. — *Intégration des différentielles algébriques.*

12-14. Principe de la méthode. — Premières applications.....	12
15-16. Différentielle binome. — Cas d'intégrabilité. — Formules de réduction.....	14
17-18. Intégration de $R(x, \sqrt{Ax^2 + 2Bx + C}) dx$	17
19-20. Intégration de $\frac{dx}{\sqrt{Ax^2 + 2Bx + C}}$	18
21. Intégration de $\frac{dx}{(x - \mu)\sqrt{Ax^2 + 2Bx + C}}$	19
22. Intégration de $R(x, \sqrt{ax + b}, \sqrt{cx + d}) dx$	20
23. Cubiques unicursales.....	20
24. Quartiques unicursales.....	21
25. Lemniscate.....	22
26-35. Réduction des intégrales hyperelliptiques.....	23
36-43. Réduction des intégrales elliptiques.....	31

III. — *Intégration des fonctions transcendentes.*

44. Intégration de $R(e^{ax}) dx$	40
-----------------------------------------	----

Numéros	Pages
45-48. Intégration de $R(\sin x, \cos x) dx$	40
49. Intégration de $P(x, e^{ax}, e^{bx}, \dots, \sin \alpha x, \cos \alpha x, \dots) dx$	44
50. Réduction de $\int R(x) e^{ax} dx$	45
51. Intégration de $P(x, \log x) dx$, de $P(x, \arcsin x) dx$	46
52. Intégrations répétées.....	46

CHAPITRE II.

INTÉGRALES DÉFINIES.

I. — *Intégrales définies généralisées.*

53-60. Extension de la notion d'intégrale définie. — Cas où l'intégrale est déterminée.....	48
61. Propriétés de l'intégrale définie.....	57
62. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) - \Delta$	59
63. Intégration par parties.....	61
64-66. Changement de variable.....	62
67. Intégration des séries.....	65
68-70. Exceptions au théorème sur l'interversion des intégrations. — Existence des racines des équations algébriques.....	66
71-75. Cas où l'interversion est permise.....	69

II. — *Intégrales multiples.*

76-81. Intégrales par excès et par défaut. — Conditions pour qu'elles soient déterminées.....	78
82. Propriétés de ces intégrales.....	85
83-86. Changements de variables.....	86
87-88. Intégrales proprement dites. — Condition d'existence.....	89
89-92. Leur calcul par une suite d'intégrales simples.....	91
93-95. Cas où l'intégrale est déterminée.....	96

III. — *Calcul des intégrales définies.*

96. Calcul de $\int_a^b \frac{dx}{x - \alpha - \beta i}$	99
97. Calcul de $\int_a^b \frac{f'(x) dx}{1 + f^2(x)}$	100
98. Calcul de $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^m x dx$. — Formule de Wallis.....	101
99. Le nombre e est transcendant.....	103

Numéros	Pages
100. Le nombre π est incommensurable.....	106
101-103. Calcul de $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$	108
104-107. Limites supérieure et inférieure de la valeur d'une intégrale définie. — Exemples.....	111
108-114. Développement en série. — Application à l'intégrale elliptique de première espèce. — Transformation de Landen..	114
115-119. Formule d'Euler.....	119
120-129. Interpolation. — Méthodes de Cotes, de Gauss, des trapèzes, de Simpson.....	125

IV. — Applications géométriques.

130. Rectification des courbes. — Cycloïde, parabole, ellipse....	133
131. Cas des coordonnées polaires.....	135
132. Arc d'une courbe gauche.....	136
133-135. Aires planes. — Hyperbole, parabole, cycloïde.....	136
136. Aire d'une surface courbe.....	139
137-138. Surfaces hélicoïdales. — Tore.....	139
139-140. Surfaces réglées. — Parabolôïde hyperbolique.....	140
141-143. Aire de l'ellipsoïde.....	142
144-148. Volumes. — Voûte de Viviani. — Ellipsoïde.....	145
149-151. Masses. — Centres de gravité. — Moments d'inertie. — Application à la sphère.....	149

V. — Vecteurs.

152-153. Réduction de l'intégrale de volume $\iiint \frac{\partial P}{\partial x} dv$ à une intégrale de surface.....	152
154-157. Réduction analogue pour $\iiint \frac{1}{r^2} \frac{\partial P}{\partial r} dv$	153
158. Valeur de $\iint \frac{\cos nr}{r^2} d\sigma$ sur une surface fermée.....	156
159-163. Réduction semblable pour les intégrales doubles $\iint \frac{\partial P}{\partial x} d\sigma$, $\iint \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} d\sigma$ étendues à une aire plane.....	157
164. Intégrales curvilignes.....	160
165-166. $\int_C P dx + Q dy = \iint \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) d\sigma$	161
167-168. L'intégrale curviligne $\int P dx$ prise sur le contour d'une portion de surface gauche est égale à l'intégrale de surface $\iint \left(\frac{\partial P}{\partial z} \cos ny - \frac{\partial P}{\partial y} \cos nz \right) d\sigma$	163
169. Dérivée suivant une direction.....	166

Numéros	Pages
170. Champs de vecteurs. — Flux. — Tourbillon. — Divergence.	167
171. Théorème d'Ostrogradsky.....	168
172. Théorème de Stokes.....	169
173-174. Champs à potentiel. — Intégration des différentielles totales.	173
175-176. Champs à facteur intégrant.....	175
177-179. Formules de Green.....	177
180-181. Champs de tourbillons.....	178
182-187. Fonctions harmoniques. — Formules fondamentales.....	179
188-189. Problème de Dirichlet. — Fonction de Green.....	184
190-191. Solution du problème pour la sphère. — Théorème de Liouville.....	185

CHAPITRE III.

DES FONCTIONS REPRÉSENTÉES PAR DES INTÉGRALES DÉFINIES.

I. — *Dérivation des intégrales définies.*

192-194. Conditions suffisantes pour la continuité de l'intégrale. — Exemple d'intégrale discontinue.....	188
195-197. Règles pour le calcul de la dérivée.....	190
198. Calcul de $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$	194
199. Calcul de $\int_0^{\infty} y^{2n} e^{-ay^2} dy$	196
200. Calcul de $\int e^{-ay^2} \cos by dy$	197
201. Calcul de $\int_0^{\infty} e^{-x^2 - \frac{a^2}{x^2}} dx$	198
202-204. Calcul de $\int_0^{\infty} \frac{e^{ix} dx}{\sqrt{x}}$	199
205-206. Calcul de $\int_0^{\infty} \left(\frac{A e^{-\alpha x}}{x^n} + \frac{B e^{-\beta x}}{x^n} + \dots \right) dx$. — Exemples...	202

II. — *Intégrales eulériennes.*

207-208. Expression par une intégrale définie de la fonction Γn	206
209. $\Gamma(n+1) = n\Gamma n$	208
210-216. Expression de $\log \Gamma n$ par une intégrale définie. — Sa valeur asymptotique. — Développement du reste en série.....	209
217-220. Évaluation des factorielles. — Théorème de Bernoulli.....	217
221-222. Produit de deux fonctions Γ	222
223-224. Intégrale de Dirichlet.....	223

CHAPITRE IV.

POTENTIELS NEWTONIENS.

I. — *tude analytique des potentiels.*

Numéros	Pages
225-227. Définition des trois potentiels. — Ils sont réguliers à l'infini, harmoniques en dehors du champ d'intégration et existent dans tout l'espace.....	226
228-230. Existence d'une fonction auxiliaire permettant l'étude de leurs propriétés en un point du champ... ..	228
231-233. Potentiel de volume. — Formule de Poisson. — Discontinuité des dérivées secondes à la frontière du champ.....	232
234-235. Potentiel de simple couche. — Discontinuité des dérivées premières.....	237
236. Potentiel de double couche. — Discontinuité.....	240

II. — *Applications physiques.*

237-239. Attraction newtonienne. — Ses composantes sont les dérivées du potentiel.....	241
240. Attraction sur un point éloigné.....	243
241. Attraction d'une sphère homogène.....	244
242-245. Attraction d'un ellipsoïde homogène.....	246
246-249. Équilibre électrique sur un conducteur.....	250
250-254. Potentiel magnétique. — Solénoïde. — Feuillet magnétique.	256
255. L'action d'un feuillet magnétique homogène est la même que celle d'un courant.....	262

CHAPITRE V.

SÉRIES DE FOURIER.

I. — *Intégrales de Fourier.*

256-261. Second théorème de la moyenne.....	264
262-264. Théorème de M. Dubois-Reymond.....	273
265-267. Limite de $\int_a^x f(\beta) \frac{\sin n(\beta - x)}{\beta - x} d\beta$ pour $n = \infty$. — Intégrale de Fourier.....	276
268-269. Limite de $\int_1^{-1} f(x) [X'_n + X'_{n+1}] dx$ pour $n = \infty$	279

II. — *Séries trigonométriques.*

270-271. Détermination des coefficients.....	281
----------------------------------------------	-----

Numéros	Pages
272-273. Sommaton de la série.....	284
274-276. Autres développements.....	286

III. — *Fonctions de Laplace.*

277-279. Définition et propriétés des polynomes Y_n	289
280-285. Développement d'une fonction de deux angles suivant les Y_n	292
286-288. Développement d'une fonction $F(x)$ suivant les X_n	297
289-292. Développements de Heine.....	300

CHAPITRE VI.

INTÉGRALES COMPLEXES.

I. — *Intégrales des fonctions monodromes.*

293-296. Intégrales suivant une ligne aboutissant à un point critique, ou s'étendant à l'infini.....	305
297. Intégrale suivant un arc de cercle entourant un point critique.....	311
298-303. Pôles. — Points essentiels. — Lignes critiques. — Points critiques algébriques ou logarithmiques.....	312
304-305. Théorème de Laurent.....	318
306. Série de Fourier.....	321
307. Développement aux environs d'un point critique isolé.....	325
308. Théorème des résidus.....	324
309. Application au calcul de $\int_{-\infty}^{\infty} f z dz$	325
310. Exemple. — Intégrales d'Euler.....	329
311-312. Calcul de $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ix} dx}{a^2 + x^2}$	331
313. Développement de $\cot u$ en série.....	332
314. Sommes de Gauss.....	334
315. Intégrales de Fresnel.....	339
316. Calcul de $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} \cos 2bx dx$	341
317. Transformation de la série $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\pi n^2}$	342
318-323. Expression de X_n par une intégrale définie.....	344
324-326. Discontinuités de l'intégrale $\int_L \frac{F(z, x)}{G(z, x)} dz$	349

II. — *Intégrale de Cauchy.*

327-330. Valeur de l'intégrale $\int_K \varphi(z) \frac{f'(z)}{f(z)} dz$. — Application aux	
----------------------------------------------------------------------------------------------	--

Numéros	Pages
équations algébriques	352
331. Formule de Lagrange	356
332-335. Théorème de Weierstrass sur les zéros des fonctions analytiques de plusieurs variables	357

III. — *Théorèmes généraux sur les fonctions monodromes.*

336-337. Une fonction sans point singulier essentiel, même à l'infini, est rationnelle.....	363
338. Une fonction, dont le module reste borné, est une constante.	364
339. Tout point essentiel est un point d'indétermination.....	364
340-342. Construction d'une fonction entière dont les zéros sont donnés.	367
343. Une fonction méromorphe est le quotient de deux fonctions entières.....	371
344-346. Théorème de Mittag-Leffler.....	371
347-348. Théorèmes sur les fonctions dont les points critiques sont algébriques.....	375

CHAPITRE VII.

FONCTIONS ELLIPTIQUES.

I. — *Des périodes.*

349-352. Une fonction uniforme ne peut admettre plus de deux périodes distinctes. Leur rapport ne peut être réel.....	378
353. Substitutions linéaires. — Équivalence.....	381
354-357. Substitutions élémentaires. — Réduction des substitutions. — Nombre des réduites pour un déterminant donné.....	383
358. Les six classes de substitutions de déterminant 1. — Leur décomposition en produits de substitutions élémentaires.	390
359-362. Parallélogramme des périodes. — Périodes principales.....	392

II. — *Théorèmes généraux sur les fonctions elliptiques.*

363-364. La somme des résidus est nulle. — Relations entre les pôles et les zéros.....	398
365. Une fonction elliptique est déterminée à un facteur constant près par ses zéros et ses pôles. — A une constante additive près par ses pôles et la partie infinie de ses développements.....	400
366-369. Condition pour que deux fonctions elliptiques soient liées algébriquement. — Relation entre la fonction et sa dérivée.	400

III. — *Les fonctions pu , ζu , τu .*

370-371. Définition. — Premières propriétés.....	403
--------------------------------------------------	-----

Numéros	Pages
372-374. Addition d'une période à l'argument. — Relation entre ω_1 , ω_2 , η_1 , η_2	405
375-378. Relation entre pu et $p'u$. — Expression de $p''u$, ... par pu et $p'u$. — Expression de $p''u$, $p''up'u$ par pu et ses dérivées. — Les constantes $e_1, e_2, e_3, g_2, g_3, \Delta, J$	409
379-385. La fonction pu définie par ses invariants. — Détermination des périodes principales $\omega_1, \omega_2, \omega_3$, et de η_1, η_2, η_3	413
386-390. Cas particuliers : J réel > 1 ; J réel < 1 ; $J = 1$; $J = 0$	423
391-393. Expression d'une fonction elliptique : 1° par un quotient de fonctions σ ; 2° par ζ et ses dérivées; 3° par pu et $p'u$...	429
394-396. Expression de $p'u$ et de $pu - p'v$ par les fonctions σ . — Équation à trois termes.....	433
397. Formules d'addition.....	434
398-405. Formules pour la multiplication. — La fonction $\psi_n u$	436
406-408. Autres formules de multiplication.....	443

IV. — Les fonctions $\sigma_\alpha u, f_\alpha u$.

409. Expression de $\sqrt{p'u - e_\alpha}$	447
410-413. Les constantes U_α . — Leur transformation par un changement de périodes. — Leur expression en e_1, e_2, e_3	447
414-415. Les fonctions σ_α . — Addition d'une demi-période ou d'une période.....	455
416-420. Les fonctions f_α . — Formules pour l'addition. — Multiplieurs et modules. — Équations différentielles.....	457
421-422. Les fonctions sn, cn, dn	461

V. — Les fonctions $\theta v, \theta_\alpha v$.

423-429. Leur définition. — Leur expression en série.....	465
430-431. Addition d'une demi-période; addition d'une période... ..	471
432-433. Expression de $\sigma u, \sigma_\alpha u, \zeta u, pu$ au moyen de $\theta v, \theta_\alpha v$	473
434-438. Expression des constantes $\tau_\alpha, e_\alpha, U_\alpha, \Delta, J$. — Relations algébriques entre $\theta' o, \theta_1 o, \theta_2 o, \theta_3 o$	474
439. Calcul de q et de $2\omega_1, g_2$ et g_3 étant donnés.....	479
440. Résolution de l'équation $pu = c$	481
441-442. Expression de $\theta v, \theta_\alpha v$ en produits infinis.....	483
443. Les produits $\varphi\tau, \varphi_\alpha\tau$. — Expression par ces produits des constantes e_α, g_2, g_3 , etc.....	486
444. Expression en série de $\zeta u, pu, p(u + \omega_\alpha), \tau_1\omega_1, e_1, e_2, e_3$	488
445-446. Transformation des fonctions θ par un changement de périodes.....	489

VI. — Fonctions périodiques de deuxième et de troisième espèce.

447-448. Relations entre les multiplieurs, les pôles et les zéros ..	492
449-457. Construction des fonctions de troisième espèce.....	495

Numéros	Pages
458-461. Fonctions de deuxième espèce.....	504
462-465. Développement en série de $\frac{\theta' \circ \theta (\nu + s)}{\theta s \theta \nu}$	507
466-469. Développement en série de $\frac{\theta' \circ \theta_\alpha (\nu + s)}{\theta s \theta_\alpha \nu}$, etc.....	512
470. Développement en série de $D \log \theta \nu$, $D \log \theta_\alpha \nu$, ζu , $p u$, $p(u + \omega_\alpha)$	514
471. Développement de $\eta_1 \omega_1$, e_1 , e_2 , e_3 , etc.....	516
472. Décompositions des nombres en quatre carrés.....	517

VII. — Dérivées par rapport aux paramètres.

473-479. Dérivées par rapport aux périodes. — L'opération D. — Équations aux dérivées partielles auxquelles satisfont τu , $\tau_\alpha u$	518
480-481. Équation à laquelle satisfait $\psi_\alpha u$	525
482. Dérivées par rapport à g_2 et g_3	527
483. Dérivées par rapport à Δ , J , ν	527
484-485. Équations différentielles auxquelles satisfont ω_α , τ_α , τ comme fonctions de J	528
486-490. Étude de la relation entre J et τ . — Fonctions modulaires.	530
491-495. Transformations du produit $\varphi \tau$	534
496-500. Transformations des produits $\varphi_\alpha \tau$. — Leur liaison avec J ...	544
501-503. Autres fonctions modulaires.....	550

VIII. — Division.

504-506. Division de l'argument.....	552
507-517. Division des périodes. — Équations modulaires.....	557

IX. — Transformation.

518-519. Réduction du problème.....	570
520-522. Transformation de degré 2.....	573
523-524. Transformation de degré impair.....	578
525. Relation entre J et \tilde{J}	581
526-529. Autres équations modulaires. — Équation de M. Kiepert...	582
530-531. Relations de Jacobi.....	589
532. Calcul des fonctions symétriques des quantités $p \frac{2m\omega_1}{n}$	591
533-535. Multiplication complexe. — Relation entre les périodes....	594
536-537. Les modules singuliers dépendent d'une équation algè- brique.....	598
538. Décomposition en facteurs de l'équation $F(J, \tilde{J}) = 0$	600

X. — Applications.

539-541. Intégration des différentielles abéliennes de genre 1.....	601
542-543. Conditions pour que l'intégrale soit algébrique, ou algè-	

Numéros	Pages
brique et logarithmique.....	606
544-545. Transformation des différentielles elliptiques.....	608
546-549. Équation différentielle d'Euler.....	611
550. Polygones de Poncelet.....	617
551-552. Cubiques planes.....	619

CHAPITRE VIII.

INTÉGRALES ABÉLIENNES.

I. — Surfaces de Riemann.

553-555. Théorème de Lüroth.....	622
556-557. Surface de Riemann.....	626
558-564. Théorèmes sur la connexité.....	627
565-569. Réduction des contours tracés sur une surface.....	632
570. Nombre des rétrosections.....	637

II. — Intégrales abéliennes. — Périodicité.

571. Fonctions définies sur la surface de Riemann.....	639
572-575. Les intégrales $\int F dz$, $\int P dQ$	639
576. Une fonction synectique sur toute la surface de Riemann est constante.....	643
577-578. Fonctions uniformes.....	643
579-582. Intégrales abéliennes. — Périodes cycliques. — Périodes polaires. — Leur somme est nulle.....	647
583-586. Calcul de $\int_{\mathbf{k}} P dQ$, calcul de $\int_{\mathbf{k}} I' dI$	649
587-588. Le nombre des points où une fonction rationnelle de z , u prend une valeur donnée λ est indépendant de λ	652
589-594. Théorème d'Abel.....	653

III. — Réduction des intégrales abéliennes.

595-598. Construction d'une intégrale abélienne connaissant ses premières périodes cycliques, la position et la nature de ses points critiques.....	659
599-600. Intégrales de première espèce.....	663
601-606. Intégrales de seconde espèce. — Théorème de Riemann-Roch. — Système d'équations différentielles intégrables algébriquement.....	664
607-608. Intégrales élémentaires.....	670
609-610. Intégrale élémentaire de troisième espèce.....	671

IV. — *Inversion.*

Numéros	Pages
611-617. Énoncé du problème. — Étude de la marche des fonctions abéliennes. — Points d'indétermination	673
618-620. La fonction $\Theta(v_1, \dots, v_p)$	679
621-625. La fonction $\theta(z)$. — Nombre et position de ses zéros. — Cas où $\theta(z)$ est identiquement nul	681
626-627. Construction d'une fonction $\theta(z)$ ayant p zéros donnés....	686
628-630. Solution du problème d'inversion	688
631-633. Expression des intégrales élémentaires de deuxième et de troisième espèce par la fonction θ	691

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.