

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	<b>IX</b>
<b>1 Die Systeme der reellen und komplexen Zahlen</b>	<b>1</b>
Einführung . . . . .	1
Geordnete Mengen . . . . .	3
Körper . . . . .	5
Der Körper der reellen Zahlen . . . . .	9
Die erweiterte reelle Zahlengerade . . . . .	12
Der Körper der komplexen Zahlen . . . . .	13
Euklidische Räume . . . . .	17
Anhang . . . . .	19
Übungsaufgaben . . . . .	24
<b>2 Einführung in die Topologie</b>	<b>27</b>
Endliche, abzählbare und überabzählbare Mengen . . . . .	27
Metrische Räume . . . . .	34
Kompakte Mengen . . . . .	41
Vollkommene Mengen . . . . .	47
Zusammenhängende Mengen . . . . .	48
Übungsaufgaben . . . . .	49
<b>3 Zahlenfolgen und Reihen</b>	<b>55</b>
Konvergente Folgen . . . . .	55
Teilfolgen . . . . .	59
Cauchy-Folgen . . . . .	60
Obere und untere Grenzwerte . . . . .	63
Einige spezielle Folgen . . . . .	66
Reihen . . . . .	67
Reihen mit nicht negativen Gliedern . . . . .	69
Die Zahl $e$ . . . . .	72
Das Wurzel- und das Quotientenkriterium . . . . .	75
Potenzreihen . . . . .	79
Produkt von Partialsummen . . . . .	80
Absolute Konvergenz . . . . .	82

	Addition und Multiplikation von Reihen . . . . .	82
	Umordnungen . . . . .	86
	Übungsaufgaben . . . . .	89
<b>4</b>	<b>Stetigkeit</b>	<b>95</b>
	Grenzwerte von Funktionen . . . . .	95
	Stetige Funktionen . . . . .	98
	Stetigkeit und Kompaktheit . . . . .	102
	Stetigkeit und Zusammenhang . . . . .	106
	Unstetigkeitsstellen . . . . .	107
	Monotone Funktionen . . . . .	109
	Unendliche Grenzwerte und Grenzwerte im Unendlichen . . . . .	111
	Übungsaufgaben . . . . .	112
<b>5</b>	<b>Differentiation</b>	<b>119</b>
	Mittelwertsätze . . . . .	122
	Die Stetigkeit von Ableitungen . . . . .	124
	Die l'Hospitalsche Regel . . . . .	125
	Ableitungen höherer Ordnung . . . . .	127
	Der Taylorsche Satz . . . . .	127
	Differentiation von vektorwertigen Funktionen . . . . .	128
	Übungsaufgaben . . . . .	131
<b>6</b>	<b>Das Riemann-Stieltjes Integral</b>	<b>139</b>
	Definition und Existenz des Integrals . . . . .	139
	Eigenschaften des Integrals . . . . .	148
	Integration und Differentiation . . . . .	155
	Integration von vektorwertigen Funktionen . . . . .	157
	Rektifizierbare Kurven . . . . .	158
	Übungsaufgaben . . . . .	160
<b>7</b>	<b>Folgen und Reihen von Funktionen</b>	<b>167</b>
	Erörterung des Hauptproblems . . . . .	167
	Gleichmäßige Konvergenz . . . . .	171
	Gleichmäßige Konvergenz und Stetigkeit . . . . .	173
	Gleichmäßige Konvergenz und Integration . . . . .	176
	Gleichmäßige Konvergenz und Differentiation . . . . .	177
	Gleichgradig stetige Familien von Funktionen . . . . .	180
	Der Satz von Stone–Weierstraß . . . . .	185
	Übungsaufgaben . . . . .	192
<b>8</b>	<b>Einige spezielle Funktionen</b>	<b>201</b>
	Potenzreihen . . . . .	201

	Die Exponentialfunktion und die Logarithmusfunktion . . . . .	208
	Die trigonometrischen Funktionen . . . . .	212
	Die algebraische Abgeschlossenheit des komplexen Körpers . . . . .	215
	Fourier-Reihen . . . . .	216
	Die Gammafunktion . . . . .	224
	Übungsaufgaben . . . . .	229
<b>9</b>	<b>Funktionen mehrerer Variablen</b>	<b>239</b>
	Lineare Abbildungen . . . . .	239
	Differentiation . . . . .	247
	Das Kontraktionsprinzip . . . . .	257
	Der Satz über Umkehrabbildungen . . . . .	258
	Der Satz über implizite Funktionen . . . . .	261
	Der Rangsatz . . . . .	266
	Determinanten . . . . .	270
	Ableitungen höherer Ordnung . . . . .	275
	Differentiation von Integralen . . . . .	276
	Übungsaufgaben . . . . .	280
<b>10</b>	<b>Integration von Differentialformen</b>	<b>287</b>
	Integration . . . . .	287
	Primitive Abbildungen . . . . .	291
	Partitionen der Eins . . . . .	294
	Die Substitutionsregel . . . . .	295
	Differentialformen . . . . .	297
	Simplexe und Ketten . . . . .	312
	Der Satz von Stokes . . . . .	319
	Geschlossene und exakte Formen . . . . .	323
	Vektoranalysis . . . . .	329
	Übungsaufgaben . . . . .	338
<b>11</b>	<b>Die Lebesguesche Theorie</b>	<b>353</b>
	Mengenfunktionen . . . . .	353
	Konstruktion des Lebesgueschen Maßes . . . . .	355
	Maßräume . . . . .	364
	Meßbare Funktionen . . . . .	364
	Einfache Funktionen . . . . .	367
	Integration . . . . .	368
	Vergleich mit dem Riemann-Integral . . . . .	378
	Integration komplexer Funktionen . . . . .	381
	Funktionen der Klasse $\mathcal{L}^2$ . . . . .	382
	Übungsaufgaben . . . . .	389

<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>393</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>395</b>
<b>Sachverzeichnis</b>	<b>399</b>