

Inhaltsverzeichnis

Teil I: Diskrete Mathematik und lineare Algebra	5
1 Mengen und Abbildungen	6
1.1 Mengenlehre	6
1.2 Relationen	13
1.3 Abbildungen	16
1.4 Übungsaufgaben	24
2 Logik	25
2.1 Aussagen und Aussagevariablen	25
2.2 Beweisprinzipien	33
2.3 Die Prädikatenlogik	36
2.4 Logik und Testen von Programmen	39
2.5 Übungsaufgaben	43
3 Natürliche Zahlen, vollständige Induktion, Rekursion	44
3.1 Die Axiome der natürlichen Zahlen	44
3.2 Die vollständige Induktion	45
3.3 Rekursive Funktionen	50
3.4 Übungsaufgaben	55
4 Etwas Zahlentheorie und Kryptographie	56
4.1 Kombinatorik	56
4.2 Teilbarkeit und Euklid'scher Algorithmus	61
4.3 Restklassen	66
4.4 Hashing	69
4.5 Kryptographie	72
4.6 Übungsaufgaben	78
5 Algebraische Strukturen	79
5.1 Gruppen	80
5.2 Ringe	83
5.3 Körper	86
5.4 Polynomdivision	91
5.5 Homomorphismen	97
5.6 Übungsaufgaben	100
6 Vektorräume	101
6.1 Die Vektorräume \mathbb{R}^2 , \mathbb{R}^3 und \mathbb{R}^n .	101
6.2 Vektorräume	104
6.3 Lineare Abbildungen	107
6.4 Lineare Unabhängigkeit	111
6.5 Basis und Dimension von Vektorräumen	113
6.6 Koordinaten und lineare Abbildungen	117
6.7 Übungsaufgaben	123

7 Matrizen	124
7.1 Matrizen und lineare Abbildungen im \mathbb{R}^2	124
7.2 Matrizen und lineare Abbildungen von $K^n \rightarrow K^m$	130
7.3 Der Rang einer Matrix	136
7.4 Übungsaufgaben	140
8 Gauß'scher Algorithmus und lineare Gleichungssysteme	142
8.1 Der Gauß'sche Algorithmus	142
8.2 Berechnung der Inversen einer Matrix	146
8.3 Lineare Gleichungssysteme	148
8.4 Probleme numerischer Berechnungen	154
8.5 Übungsaufgaben	159
9 Eigenwerte, Eigenvektoren und Basistransformationen	160
9.1 Determinanten	160
9.2 Eigenwerte und Eigenvektoren	167
9.3 Basistransformationen	174
9.4 Übungsaufgaben	182
10 Skalarprodukt und orthogonale Abbildungen	183
10.1 Skalarprodukt	183
10.2 Orthogonale Abbildungen	188
10.3 Homogene Koordinaten	193
10.4 Übungsaufgaben	201
11 Graphentheorie	202
11.1 Grundbegriffe der Graphentheorie	202
11.2 Bäume	206
11.3 Durchlaufen von Graphen	215
11.4 Übungsaufgaben	219
Teil II: Analysis	221
12 Die reellen Zahlen	222
12.1 Die Axiome der reellen Zahlen	222
12.2 Topologie	227
12.3 Übungsaufgaben	232
13 Folgen und Reihen	233
13.1 Zahlenfolgen	233
13.2 Reihen	243
13.3 Darstellung reeller Zahlen in Zahlensystemen	248
13.4 Übungsaufgaben	254
14 Stetige Funktionen	255
14.1 Stetigkeit	255
14.2 Elementare Funktionen	261
14.3 Eigenschaften stetiger Funktionen	268
14.4 Übungsaufgaben	277

15 Differenzialrechnung	278
15.1 Differenzierbare Funktionen	278
15.2 Anwendungen der Differenzialrechnung	288
15.3 Potenzreihen	299
15.4 Taylorreihen	303
15.5 Differenzialrechnung von Funktionen mehrerer Veränderlicher	309
15.6 Übungsaufgaben	314
16 Integralrechnung	316
16.1 Das Integral stückweise stetiger Funktionen	316
16.2 Integralanwendungen	329
16.3 Fourierreihen	334
16.4 Übungsaufgaben	342
17 Differenzialgleichungen	343
17.1 Was sind Differenzialgleichungen?	343
17.2 Differenzialgleichungen erster Ordnung	347
17.3 Lineare Differenzialgleichungen n -ter Ordnung	351
17.4 Numerische Lösung von Differenzialgleichungen	357
17.5 Übungsaufgaben	361
Teil III: Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik	363
18 Wahrscheinlichkeitsräume	364
18.1 Fragestellungen der Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung	364
18.2 Der Wahrscheinlichkeitsbegriff	369
18.3 Bedingte Wahrscheinlichkeit und unabhängige Ereignisse	375
18.4 Urnenexperimente	382
18.5 Übungsaufgaben	385
19 Zufallsvariable	386
19.1 Zufallsvariable und Verteilungsfunktionen	386
19.2 Erwartungswert und Varianz von Zufallsvariablen	394
19.3 Übungsaufgaben	401
20 Wichtige Verteilungen	402
20.1 Diskrete Verteilungen	402
20.2 Die Poisson-Verteilung und der Poisson-Prozess	407
20.3 Stetige Verteilungen, die Normalverteilung	413
20.4 Übungsaufgaben	424
21 Statistische Verfahren	425
21.1 Parameterschätzung	425
21.2 Konfidenzintervalle	430
21.3 Hypothesentest	436
21.4 Übungsaufgaben	447
22 Anhang	448
Die Standardnormalverteilung	448
Literaturverzeichnis	449
Index	451