

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	IX
I Funktionentheorie	1
1 Komplexe Zahlen, Folgen, Reihen	3
1.1 Rechenregeln für komplexe Zahlen	3
1.2 Trigonometrische Darstellung und n -te Wurzeln komplexer Zahlen . .	5
1.3 Riemannsche Zahlenkugel und stereographische Projektion	8
1.4 Komplexe Folgen und Reihen	11
1.5 Abelsche partielle Summation, Kriterien für bedingte Konvergenz . . .	16
1.6 Cauchy-Produkte von unendlichen Reihen	20
2 Grundlegende Eigenschaften holomorpher Funktionen	23
2.1 Stetigkeit, Differenzierbarkeit und Holomorphie komplexer Funktionen	23
2.2 Die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen und harmonische Funktionen	31
2.3 Möbiustransformationen oder gebrochen lineare Abbildungen	35
3 Riemann-Stieltjes-Integrale und Kurvenintegrale	45
3.1 Allgemeine Riemann-Stieltjes-Integrale und Funktionen von beschränkter Variation	45
3.2 Weitere Eigenschaften der allgemeinen RS-Integrale	50
3.3 Kurvenlänge	54
3.4 Allgemeine Kurvenintegrale im \mathbb{R}^d und in \mathbb{C}	56
3.5 Fundamentalsätze für Kurvenintegrale im \mathbb{R}^d und in \mathbb{C}	60
4 Komplexe Kurvenintegrale und holomorphe Funktionen	65
4.1 Integralsatz und Integralformel von Cauchy für sternförmige Gebiete in \mathbb{C}	65
4.2 Differentiation von Parameterintegralen vom Cauchy-Typ und Potenzreihenentwicklung holomorpher Funktionen	66

4.3	Eindeutigkeitsatz für holomorphe Funktionen und analytische Fortsetzung	79
4.4	Homologieversion des Integralsatzes und der Integralformel von Cauchy	86
5	Laurentreihen, isolierte Singularitäten und der Residuensatz	89
5.1	Laurentreihenentwicklung von Funktionen, die auf einem Kreisring holomorph sind	89
5.2	Isolierte Singularitäten	93
5.3	Homologieversion des Residuensatzes	96
5.4	Berechnung uneigentlicher Integrale mit Hilfe des Residuensatzes . . .	100
5.5	Argumentprinzip, Gebietstreue und Maximumprinzip	107
6	Partialbruch- und Produktentwicklung holomorpher Funktionen	113
6.1	Partialbruchentwicklung in \mathbb{C}	113
6.2	Produktentwicklung ganzer Funktionen	118
6.3	Die \wp -Funktion von Weierstraß als Beispiel einer elliptischen Funktion	123
6.4	Interpolation in \mathbb{C} als Kombination von Partialbruch- und Produktentwicklung	125
II	Differentialgleichungen	127
7	Spezielle Typen von Differentialgleichungen 1. Ordnung	129
7.1	Die lineare Differentialgleichung 1. Ordnung und verwandte Differentialgleichungen	129
7.2	Die Differentialgleichung mit getrennten Veränderlichen und verwandte Differentialgleichungen	136
7.3	Die exakte Differentialgleichung	145
7.4	Legendre Transformation und die Differentialgleichungen von Clairaut und d'Alembert	151
8	Existenz- und Eindeutigkeitsätze für Differentialgleichungssysteme 1. Ordnung und für Differentialgleichungen n-ter Ordnung	159
8.1	Grundlegende Definitionen	159
8.2	Der Existenz- und Eindeutigkeitsatz von Picard-Lindelöf	163
8.3	Gleichgradig stetige Funktionenfolgen	171
8.4	Der lokale Existenzsatz von Peano	174
8.5	Der globale Existenzsatz von Peano, maximale Fortsetzung und Randverhalten der Lösungen	178

9	Lineare Differentialgleichungssysteme 1. Ordnung und lineare Differentialgleichungen n-ter Ordnung	185
9.1	Allgemeine lineare Differentialgleichungssysteme 1. Ordnung	185
9.2	Die allgemeine lineare Differentialgleichung n -ter Ordnung	191
9.3	Reduktionsverfahren, Ergänzung von linear unabhängigen Lösungen zu einem Fundamentalsystem	196
10	Matrixfunktionen und lineare Differenzen- und Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	203
10.1	Matrixfunktionen	203
10.2	Lineare Differenzgleichungssysteme 1. Ordnung und lineare Differenzgleichungen m -ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten	211
10.3	Lineare Differentialgleichungssysteme 1. Ordnung und lineare Differentialgleichungen m -ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten	213
10.4	Beispiele	220
11	Gronwallsche Ungleichung, Abhängigkeit der Lösungen von Parametern und Stabilität von Lösungen	227
11.1	Die Ungleichung von Gronwall	227
11.2	Stetige Abhängigkeit der Lösungen von Anfangswerten und Parametern	229
11.3	Differenzierbarkeit der Lösungen nach Anfangsbedingungen und Parametern	235
11.4	Stabilität von Lösungen	252
	Literaturverzeichnis	255
	Symbolverzeichnis	257
	Index	259