

TABLE DES MATIÈRES

Préface	vii
1. Représentations de l'algèbre quantique $U_q(\mathfrak{sl}_2)$	1
1.1. Définition	1
1.2. Entiers q -analogues	4
1.3. Modules de dimension finie sur $U_q(\mathfrak{sl}_2)$	7
1.4. Intégrabilité des $U_q(\mathfrak{sl}_2)$ -modules	10
2. Bases cristallines des $U_q(\mathfrak{sl}_2)$-modules	15
2.1. Bases locales en $q = 0$	15
2.2. Bases cristallines	16
2.3. Cristaux sur \mathfrak{sl}_2	20
3. L'algèbre enveloppante quantique $U_q(\mathfrak{g})$	27
3.1. Définition de $U_q(\mathfrak{g})$	27
3.2. Modules de plus haut poids sur $U_q(\mathfrak{g})$	32
3.3. La catégorie \mathcal{C}_{int}	37
3.4. Groupe de Weyl et ordre de Bruhat	38
3.5. Semi-simplicité de la catégorie \mathcal{C}_{int}	40
4. Bases cristallines des $U_q(\mathfrak{g})$-modules	45
4.1. Bases cristallines	45
4.2. Cristaux sur \mathfrak{g}	48
4.3. Exemples de cristaux	49
5. Cas de \mathfrak{sl}_n	53
5.1. La représentation vectorielle	53
5.2. Tableaux de Young	54
5.3. Règle de Littlewood-Richardson	59

6. Bases globales des $U_q(\mathfrak{g})$-modules	65
6.1. Triplet équilibré	65
6.2. Propriétés des bases globales	69
7. Base cristalline $B(\infty)$ de l'algèbre $U_q^-(\mathfrak{g})$	73
7.1. Construction de la base $B(\infty)$	73
7.2. Description de $B(\infty)$	77
7.3. Exemple dans le cas de \mathfrak{sl}_3	80
8. Réalisation des bases cristallines par des chemins	83
8.1. Gonflage de cristaux	83
8.2. Structure cristalline sur l'ensemble des chemins	87
8.3. Plongement de $B(\lambda)$ dans le cristal des chemins	92
9. Cristaux et groupe de Weyl	97
9.1. Décomposition des bases cristallines selon W	97
9.2. Formule du caractère de Demazure-Littelmann	99
9.3. Cristaux normaux	101
9.4. Action du groupe de Weyl sur les cristaux normaux	104
Bibliographie	107
Index des notations	111
Index terminologique	113