

---

# Inhaltsverzeichnis

---

## Teil I Grundlagen

---

<b>1</b>	<b>Mengen</b> .....	5
1.1	Grundzüge der Mengenlehre .....	5
1.2	Mengenoperationen .....	7
1.3	Geordnete Paare und kartesische Produkte .....	8
<b>2</b>	<b>Zahlen</b> .....	11
2.1	Die natürlichen Zahlen $\mathbb{N}$ .....	11
2.2	Die ganzen Zahlen $\mathbb{Z}$ .....	12
2.3	Die rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$ .....	14
2.4	Die reellen Zahlen $\mathbb{R}$ .....	15
2.5	Die komplexen Zahlen $\mathbb{C}$ .....	19
<b>3</b>	<b>Vollständige Induktion</b> .....	23
3.1	Das Induktionsprinzip .....	23
3.2	Induktive Definitionen .....	25

---

## Teil II Analysis I

---

<b>4</b>	<b>Funktionen</b> .....	35
4.1	Grundbegriffe .....	35
4.2	Umkehrbarkeit von Funktionen .....	41
4.3	Unendliche Weiten: Mengenvergleiche .....	43
<b>5</b>	<b>Folgen und Grenzwerte</b> .....	47
5.1	Der Begriff der Folge .....	47
5.2	Die Konvergenz von Folgen und der Grenzwertbegriff ...	50

5.3	Abschätzungen für und Rechnen mit konvergenten Folgen	55
5.4	Divergenz gegen unendlich	58
5.5	Teilfolgen und Häufungspunkte	60
5.6	Unendliche Reihen	62
<b>6</b>	<b>Stetigkeit</b>	<b>73</b>
6.1	Grenzwerte und Stetigkeit von Funktionen	74
6.2	Zwischenwertsatz und Gleichgewichte	77
6.3	Umkehrsatz für monotone Funktionen	79
6.4	Wurzel-, Potenz- und Logarithmusfunktion	80
<b>7</b>	<b>Differentialrechnung</b>	<b>85</b>
7.1	Grundlagen der Differentiation	85
7.2	Die Regel von de l'Hospital	94
<b>8</b>	<b>Optimierung I</b>	<b>99</b>
8.1	Vorbemerkungen	99
8.2	Lokale Extrema I: Notwendige Bedingung	101
8.3	Der Mittelwertsatz	103
8.4	Konvexe und konkave Funktionen	107
8.5	Lokale Extrema II: Hinreichende Bedingung	110
8.6	Prozentuale Änderungen: Elastizität	114
<b>9</b>	<b>Integration</b>	<b>119</b>
9.1	Riemann'sche Summen und Definition des Integrals	119
9.2	Hauptsätze der Analysis	126
9.3	Zwei wichtige Integrationsregeln	131
9.4	Uneigentliche Integrale	133
9.5	Taylorentwicklung und Taylorreihen	135

---

## Teil III Lineare Algebra

---

<b>10</b>	<b>Vektorräume</b>	<b>145</b>
10.1	Der Begriff des Vektorraums	146
10.2	Lineare Unabhängigkeit	152
10.3	Lineare Abbildungen und Matrizen	157
10.4	Skalarprodukt und Länge von Vektoren	168

<b>11</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme</b> .....	177
	11.1 Abstrakte Lösungstheorie .....	178
	11.2 Der Gauß'sche Algorithmus .....	184
	11.3 Quadratische lineare Gleichungssysteme und Matrizen ..	192
	11.4 Determinanten .....	193
<b>12</b>	<b>Weiterführende Themen</b> .....	201
	12.1 Quadratische Formen und Definitheit .....	201
	12.2 Eigenwerte .....	208
<hr/>		
<b>Teil IV Analysis II</b>		
<hr/>		
<b>13</b>	<b>Topologie</b> .....	229
	13.1 Normierte Vektorräume .....	229
	13.2 Stetigkeit und Kompakta .....	235
<b>14</b>	<b>Differentialrechnung im <math>\mathbb{R}^p</math></b> .....	247
	14.1 Graphische Darstellung von Funktionen .....	247
	14.2 Partielle Ableitung und Richtungsableitung .....	248
	14.3 Ableitung und totales Differential .....	254
	14.4 Kettenregel .....	258
	14.5 Implizite Funktionen und Umkehrsatz .....	262
	14.6 Taylorentwicklung .....	268
<b>15</b>	<b>Optimierung II</b> .....	275
	15.1 Extrema ohne Nebenbedingungen .....	275
	15.2 Konvexe Funktionen .....	280
	15.3 Nebenbedingungen in Form von Gleichungen: Lagrange ..	282
	15.4 Komparative Statik: Der Einhüllendensatz .....	288
	15.5 Nebenbedingungen in Form von Ungleichungen: Kuhn-Tucker .....	292
	15.6 Lineare Programmierung .....	297
<b>16</b>	<b>Weiterführende Themen</b> .....	305
	16.1 Mengenwertige Funktionen: Korrespondenzen .....	305
	16.2 Fixpunktsätze .....	309
<b>A</b>	<b>Kleine Vokabelsammlung</b> .....	317
	<b>Sachverzeichnis</b> .....	323

---

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Polarkoordinaten für komplexe Zahlen .....	19
4.1	Urbild einer Menge .....	39
4.2	Die Verkettung von Funktionen.....	40
5.1	Die alternierende harmonische Reihe. ....	66
6.1	Fixpunktsatz .....	78
6.2	Stetigkeit der Umkehrfunktion .....	80
6.3	Exponentialfunktion und Logarithmus, sowie die Winkelhalbierende. ....	81
7.1	Ableitung der Umkehrfunktion .....	92
8.1	Supremum am Rande, kein Maximum.....	101
8.2	Der Mittelwertsatz .....	103
8.3	Konvexität .....	108
8.4	Tangenten einer konvexen Funktion.....	109
8.5	Randmaximum.....	113
9.1	Riemann'sche Treppenfunktion .....	122
11.1	Regel von Sarrus .....	199
12.1	Das Paraboloid $x_1^2 + x_2^2$ .....	204
12.2	Die Sattelfläche $x_1^2 - x_2^2$ .....	205
13.1	Dreiecksungleichung .....	231
13.2	Randpunkt .....	234

14.1 Höhenlinien . . . . .	249
15.1 Lineare Programmierung . . . . .	299
15.2 Lineare Programmierung II . . . . .	300
16.1 Korrespondenzen I . . . . .	308
16.2 Korrespondenzen II . . . . .	309