

# INHALT

Erläuterung der häufig verwendeten Bezeichnungen .....	11
--	----

## *Kapitel I*

### *Grundlegende Eigenschaften der Orthogonalpolynome*

§ I. 1. Definition der Orthogonalpolynomsysteme .....	13
§ I. 2. Rekursionsformel. Vorläufiges über die Lage der Nullstellen .....	17
§ I. 3. Die Gauss-Jacobische Quadraturformel .....	21
§ I. 4. Folgerungen aus der Quadraturformel .....	26
§ I. 5. Die Markoff-Stieltjessche Ungleichung .....	29
§ I. 6. Die Tschebyscheffschen und die Legendreschen Polynome .....	36
§ I. 7. Einige elementare Abschätzungen der Orthogonalpolynome .....	43
§ I. 8. Die Jacobischen Polynome .....	47
Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel I .....	51

## *Kapitel II*

### *Elemente der Theorie des Hamburger-Stieltjesschen Momentenproblems*

§ II. 1. Über die Lösbarkeit des Momentenproblems .....	58
§ II. 2. Bedingungen für die Eindeutigkeit der Lösung .....	66
§ II. 3. Zusammenhang zwischen Eindeutigkeit des Momentenproblems und Approximation durch Polynome .....	73
§ II. 4. Die Vollständigkeit des Systems der Orthogonalpolynome in $L^2_{dx}$ .....	78
§ II. 5. Ein Eindeutigkeitskriterium von M. RIESZ .....	82
Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel II .....	85

## *Kapitel III*

### *Quadraturverfahren und Interpolation über die Nullstellen der Orthogonalpolynome*

§ III. 1. Über die Konvergenz von Quadraturverfahren .....	92
§ III. 2. Konvergenz der Interpolationspolynome im quadratischen Mittel .....	99
§ III. 3. Abschätzungen der Christoffelschen Zahlen .....	104
§ III. 4. Eine Abschätzung der Konvergenzgeschwindigkeit von Quadratur- verfahren .....	109
§ III. 5. Abschätzung des Abstandes zweier benachbarter Nullstellen von $\psi_n(x, \xi)$ .....	114
§ III. 6. Punktweise und gleichmäßige Konvergenz des Interpolations- verfahrens .....	116

§ III. 7. Verhalten der Orthogonalpolynome auf der komplexen Ebene . . . . .	119
§ III. 8. Interpolation analytischer Funktionen . . . . .	128
§ III. 9. Die Verteilungsfunktion der Nullstellen . . . . .	131
Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel III . . . . .	134
<i>Kapitel IV</i>	
<i>Konvergenztheorie der Orthogonalpolynomreihen</i>	
§ IV. 1. Grundbegriffe. Absolute Konvergenz der Orthogonalpolynomreihe . . . . .	141
§ IV. 2. Die Lebesgueschen Punkte der Funktionen aus $L^p_{\alpha}$ . . . . .	145
§ IV. 3. Starke (C,1)-Summierbarkeit der Orthogonalpolynomreihe . . . . .	149
§ IV. 4. Approximationseigenschaften der (C,1)-Summen . . . . .	159
§ IV. 5. Konvergenzkriterien . . . . .	166
§ IV. 6. Bemerkungen über »Konvergenz fast überall« . . . . .	174
Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel IV . . . . .	183
<i>Kapitel V</i>	
<i>Die Theorie von G. Szegő</i>	
§ V. 1. Die Orthogonalpolynome auf dem Einheitskreise . . . . .	189
§ V. 2. Die Szegő'sche Extremumaufgabe . . . . .	200
§ V. 3. Die Szegő'sche Funktion und die Funktionenklassen $H^2_{\mu}$ . . . . .	210
§ V. 4. Asymptotik der Orthogonalpolynome (Erster Teil) . . . . .	221
§ V. 5. Asymptotik der Orthogonalpolynome (Fortsetzung). Die Klasse Lip (1/2,2). Lokalisation der Gültigkeit der Asymptotik . . . . .	231
§ V. 6. Asymptotische Formel für die Christoffelschen Zahlen . . . . .	248
§ V. 7. Ergänzungen zu der Konvergenztheorie der Orthogonal- polynomreihen . . . . .	259
§ V. 8. Asymptotischer Wert des Abstandes benachbarter Nullstellen . . . . .	266
Aufgaben und Bemerkungen zu Kapitel V . . . . .	269
Nachwort über offene Probleme . . . . .	274
Bibliographie . . . . .	279
Namenverzeichnis . . . . .	291
Sachverzeichnis . . . . .	293
Tabelle III. A. Quadraturverfahren, Interpolation . . . . .	100
Tabelle V. A. Orthogonalpolynome $p_n(\alpha; x)$ . . . . .	246
Tabelle V. B. Asymptotische Formel . . . . .	247