

TABLE DES MATIÈRES

NOTATIONS	15
LES INÉGALITÉS EN QUESTION	17
INTRODUCTION	19
Chapitre 1. ESQUISSES DE DÉMONSTRATIONS	
1.1. Une application du principe du maximum — Démonstration de (III) et de (III')	22
1.2. Une approche grâce à la formule intégrale de Cauchy	23
1.3. Utilisation du théorème de Gauss-Lucas — Démonstration de (II'')	26
1.4. Utilisation du théorème de Laguerre — Démonstration de (II), (II') et (II'')	27
1.5. Une formule d'interpolation de M. Riesz — Démonstration de (II)	30
1.6. La méthode de F. Riesz — Démonstration de (II)	32
1.7. Une démonstration graphique de l'inégalité (II)	34
1.8. Une démonstration de (I)	36
1.9. Utilisation de l'analyse fonctionnelle	37
Chapitre 2. POURQUOI n^2 DANS L'INÉGALITÉ DE MARKOFF?	
2.1. Dépendance par rapport au domaine	39

2.2. Dépendance par rapport à la forme du polynôme	44
--	----

Chapitre 3. DÉRIVÉES D'ORDRE SUPÉRIEUR

3.1. Extension de l'inégalité de Markoff (I) et de l'inégalité de Bernstein (II')	48
3.2. Extension de l'inégalité de Bernstein (II)	53
3.3. Les B_n -opérateurs et les extensions de l'inégalité (II'')	55
3.4. Dérivées fractionnaires	60

Chapitre 4. ÉTUDE APPROFONDIE DES INÉGALITÉS

4.1. Affaiblissement des hypothèses sans changement des conclusions	62
4.2. Conclusions plus fortes sans changement des hypothèses	67
4.3. Cas des polynômes et des polynômes trigonométriques à valeurs réelles sur l'axe réel	70
4.4. Cas des polynômes monotones sur l'intervalle unité	75
4.5. Cas des polynômes pour lesquels tous les zéros sont soumis à une condition	78
4.6. Cas des polynômes pour lesquels la condition porte sur certains zéros	88
4.7. Le cas des polynômes pour lesquels la condition porte sur quelques coefficients	95

Chapitre 5. INÉGALITÉS DANS L^p

5.1. L'inégalité de Markoff dans L^p	99
5.2. Inégalités analogues aux inégalités de Bernstein (II), (II') et (II'')	104
5.3. Inégalités analogues aux inégalités (III) et (III')	108
5.4. Généralisations	109
5.5. Polynômes ne s'annulant pas sur le disque unité	112
5.6. Les L^2 -inégalités pour des polynômes dont un zéro est donné	115

5.7. Quand les deux membres des inégalités sont normés différemment	116
5.8. Les L^p -inégalités sur des ensembles plus généraux	117

Chapitre 6. FONCTIONS ENTIÈRES DE TYPE EXPONENTIEL

6.1. Définitions et mesures de la croissance	120
6.2. Un lemme important	122
6.3. L'inégalité de Bernstein pour les fonctions entières de type exponentiel	124
6.4. Une classe d'opérateurs	127
6.5. Améliorations	129
6.5.1. Cas des fonctions dont la partie réelle est bornée sur l'axe réel	130
6.5.2. D'autres résultats pour des fonctions satisfaisant $h(\pi/2) \leq 0$ et leurs applications aux fonctions réelles sur l'axe réel	131
6.5.3. Fonctions monotones sur l'axe réel	132
6.5.4. Fonctions entières asymétriques ($h(\pi/2) = 0$)	134
6.6. L^p -inégalités	135

Chapitre 7. DIVERS RÉSULTATS ET PROBLÈMES

7.1. Polynômes à majorante courbe	141
7.2. L'inégalité de Bernstein en tant que caractérisation polynomiale	143
7.3. Les fonctions rationnelles et l'inégalité de Bernstein	145
7.4. Quelques problèmes	151

BIBLIOGRAPHIE	154
-------------------------	-----