

Inhalt

I Lineare Probleme

1	Einleitung	9
1.1	Über den Zusammenhang zwischen Approximation und Optimierung	9
1.2	Ein Kontroll-Approximationsproblem bei der Aufheizung von Metallen	11
1.3	Semi-infinite Optimierung bei der Kontrolle der Luftverschmutzung	13
1.4	Ausblick auf konvexe und allgemein nichtlineare Probleme.	14
2	Einige Beispiele linearer Approximations- und Optimierungsprobleme	15
2.1	Gleichmäßige Approximation von Funktionen	15
2.1.1	Der allgemeine Fall, 2.1.2 Approximation mit Interpolations- nebenbedingungen, 2.1.3 Der diskrete Fall	
2.2	Gleichmäßige Approximation bei der Anfangs-Randwertaufgabe (ARWA) der Wärmeleitung	17
2.3	Ein lineares Optimierungsproblem bei der Lösung einer Randwertaufgabe für die Potentialgleichung.	19
2.4	Lineare Randwertaufgaben und gleichmäßige Approximation	21
2.4.1	Der allgemeine Fall, 2.4.2 Aufgaben von monotoner Art und einseitige Approximation	
2.5	Ein lineares Kontroll-Approximationsproblem	23
3	Das allgemeine lineare Optimierungsproblem	24
3.1	Problemstellung, ein schwacher Dualitätssatz und einfache Folgerungen	24
3.2	Der semi-inifinite Fall	26
3.3	Semi-infinite Probleme in Funktionenräumen	27
3.3.1	Anwendung auf eine Randwertaufgabe für die Potentialgleichung,	
3.3.2	Anwendung auf eine lineare Randwertaufgabe von monotoner Art	
3.4	Gegenbeispiele gegen die Gültigkeit allgemeiner Existenz- und Dualitäts- aussagen	34
3.4.1	Unlösbarkeit eines semi-infiniten Problems, 3.4.2 Auftreten einer Dualitätslücke	
3.5	Bibliographische Bemerkungen	38
4	Existenz- und Dualitätssätze	38
4.1	Doppelte Dualisierung eines Optimierungsproblems	38
4.2	Subzulässigkeit und Normalität eines Optimierungsproblems	40
4.3	Allgemeine Existenz- und Dualitätssätze	43
4.4	Existenzaussagen für das duale Problem	46
4.4.1	Dualisierung des Existenzsatzes in Abschn. 4.3, 4.4.2 Anwendung auf das semi-infinite Problem, 4.4.3 Ein direkter Existenzsatz für das duale Problem	
4.5	Bibliographische Bemerkungen	50

5	Anwendungen	53
5.1	Semi-infinite Probleme in Funktionenräumen	53
5.2	Gleichmäßige Approximation von Funktionen	55
5.3	Einseitige gleichmäßige Approximation	62
5.4	Anwendung auf eine Randwertaufgabe für die Potentialgleichung	66
5.5	Ein Kontroll-Approximationsproblem in der Wärmeleitung	68

II Konvexe Probleme

1	Einige Beispiele konvexer Approximations- und Optimierungsprobleme	75
1.1	Das allgemeine lineare Approximationsproblem	75
1.2	Optimale Fehlerabschätzungen bei linearen Operatorgleichungen	77
1.2.1	Defektabschätzungen, 1.2.2 Operatorabschätzungen	
1.3	Ein Problem der optimalen Steuerung	84
2	Konvexe Funktionen	85
2.1	Konvexe Funktionale	85
2.2	Konvexe Abbildungen	88
2.3	Existenzaussagen für lineare Kontrollprobleme	91
3	Das allgemeine konvexe Optimierungsproblem: Existenz- und Dualitätsaus- sagen	93
3.1	Problemstellung, Existenzaussagen und Subzulässigkeit	93
3.2	Das duale Problem	96
3.3	Allgemeine Existenz- und Dualitätssätze	98
3.4	Der lineare Fall	102
3.5	Bibliographische Bemerkungen	103
4	Min-Sup-, Max-Inf- und Sattelpunktaussagen	104
4.1	Das Optimierungsproblem als Min-Sup-Problem	104
4.2	Das duale Problem als Max-Inf-Problem	106
4.3	Die Äquivalenz der Min-Sup=Max-Inf-Aussage mit einer Sattelpunkt- aussage	107
4.4	Das verallgemeinerte Theorem von Kuhn-Tucker	108
4.5	Existenzaussagen für das duale Problem	110
4.6	Bibliographische Bemerkungen	111
5	Anwendung auf Approximationsprobleme	112
5.1	Existenzaussagen bei konvexen Approximationsproblemen in normierten Vektorräumen	112
5.2	Gleichmäßige Approximation von Funktionen	113
5.2.1	Der allgemeine konvexe Fall, 5.2.2 Der allgemeine lineare Fall	
5.3	Ein Approximationsproblem mit einer gemischten Norm	117
5.4	Berechnung der Minimalabweichung bei einem konvexen Approximations- problem	119

6	Konvexe Optimierungsprobleme in Funktionenräumen	122
6.1	Problemstellung und Charakterisierung der Optimalität	122
6.2	Ein gemischt linear-konvexes Problem	126
6.3	Anwendungen	130
6.3.1	Gleichmäßige lineare Approximation mit Interpolation, 6.3.2 Ein semi-infinites Problem bei der Kontrolle der Luftverschmutzung	

III Nichtlineare Probleme

1	Einige Beispiele nichtlinearer Approximations- und Optimierungsprobleme . . .	136
1.1	Nichtlineare Approximation in normierten Vektorräumen	136
1.1.1	Allgemeine Bemerkungen, 1.1.2 Gleichmäßige Approximation von Funktionen, 1.1.3 Allgemeine rationale Approximation	
1.2	Ein- und zweiseitige Approximation bei nichtlinearen Randwertaufgaben .	138
1.2.1	Der allgemeine Fall, 1.2.2 Ein Beispiel	
1.3	Defektabeschätzungen bei nichtlinearen Randwertaufgaben	142
2	Minimierung konvexer Funktionale auf beliebigen Mengen	146
2.1	Tangentialkegel in normierten Vektorräumen	146
2.2	Notwendige Bedingungen für Minimalpunkte konvexer Funktionale auf beliebigen Mengen	148
2.2.1	Ein allgemeiner Satz, 2.2.2 Anwendung auf Approximation in normierten Räumen, 2.2.3 Anwendung auf gleichmäßige Approximation von Funktionen, 2.2.4 Anwendung auf L_1 -Approximation	
2.3	Bibliographische Bemerkungen	156
3	Nichtlineare Optimierung mit unendlich vielen Nebenbedingungen.	157
3.1	Notwendige Bedingungen für Minimalpunkte	157
3.1.1	Der allgemeine Fall, 3.1.2 Der differenzierbare Fall	
3.2	Hinreichende Bedingungen für Minimalpunkte	163
3.3	Anwendung auf nichtlineare gleichmäßige Approximation	165
3.4	Semi-infinites nichtlineare Optimierung	169
3.5	Bibliographische Bemerkungen	172

IV Anhang: Hilfsmittel

1	Konvexe Kegel und lineare Abbildungen	174
1.1	Konvexe Kegel und Halbordnungen	174
1.2	Der (topologische) Dualraum	176
1.3	Lineare Abbildungen	179
2	Eigenschaften konvexer Kegel und Darstellung positiver Linearformen	181
2.1	Abgeschlossenheit konvexer Kegel	181
2.2	Adjungierte Kegel	182
2.3	Darstellung positiver Linearformen auf Vektorräumen stetiger Funktionen	184
2.4	Darstellung stetiger Linearformen auf Vektorräumen stetiger Funktionen .	187

8	Inhalt	
3	Konvexe Mengen	190
3.1	Algebraische und topologische Eigenschaften	190
3.2	Trennungssätze	193
3.3	Schwache Konvergenz	193
	Literaturverzeichnis	196
	Sachverzeichnis	204