

Inhaltsverzeichnis

<i>Prolog. Die Elemente des EUKLID</i>	1
1. EUKLID 2. Axiome 3. Über die Sprache der Geometrie	
 <i>Kapitel I. Grundlagen der ebenen euklidischen Geometrie</i>	5
Einleitung	5
§1. Affine Ebenen	7
1. Inzidenz-Axiome 2. Richtungen 3. Ordnung 4. Beispiele 5. Affine Isomorphismen 6*. Über das Parallelen-Axiom von EUKLID bis GAUSS	
§2. Translationsebenen	16
1. Dilatationen 2. Fixgeraden 3. Translationen 4. Translations-Axiom 5. \mathbb{P} als additive Gruppe 6. Multiplikatoren-Schiefkörper 7. Beschreibung der Dilatationen 8. Automorphismen	
§3. Affine Koordinatenebenen	30
1. Satz von DESARGUES 2. DESARGUES-Ebenen 3. Affine Koordinatenebenen 4. Koordinatenebenen als DESARGUES-Ebenen 5*. Ausblicke	
§4. PAPPUS-Ebenen	38
1. Satz von PAPPUS 2. Dreimal PAPPUS ist DESARGUES 3. Äquivalenzsatz 4. Satz von WEDDERBURN	
§5. Euklidische Ebenen	42
1. Einleitung 2. Normierte Gruppen 3. Metrische Translationsebenen 4. Euklidische Ebenen 5. Hauptsatz für euklidische Ebenen	
 <i>Kapitel II. Affine Geometrie in Koordinatenebenen</i>	51
Einleitung	51
§1. Schnittpunkte von Geraden	52
1. Erinnerung an die Lineare Algebra 2. Determinantenfunktion 3. Geraden 4. Schnittpunkte 5. Die affine Gruppe 6. Die alternierende Funktion $[x, y, z]$ 7. Geometrische Interpretation der Addition	
§2. Erste Schnittpunktsätze	63
1. Strahlensätze 2. Satz von DESARGUES 3. Satz von PAPPUS 4. Satz von PASCAL 5*. Vollständiges Vierseit 6*. Allgemeiner Satz von DESARGUES	
§3. Anfänge einer Dreiecks-Geometrie	71
1. Dreiecke 2. Schwerpunktsatz 3*. Schwerpunkt von endlich vielen Punkten 4*. Das Analogon eines Flächenmaßes	

§4*.	Dreieckskoordinaten	75
	1. Definition 2. Geradengleichung 3. Parabel durch drei Punkte	
§5.	Die Sätze von MENELAOS und CEVA	78
	1. Ein Geradenmaß 2. Regula sex quantitatum 3. Historisches 4*. Ein Produkt auf den Geraden	
§6*.	Das Doppelverhältnis	83
	1*. Definition 2*. Harmonische Punkte	
§7*.	BROCARDSche Punkte	86
	1*. Eine quadratische Form 2*. Der Ansatz von BROCARD 3*. Eine Verallgemeinerung 4*. Analoge Punkte	
<i>Kapitel III. Analytische Geometrie in der euklidischen Ebene</i>		91
Einleitung		91
Gültigkeitsbereich*		92
§1.	Die reelle euklidische Ebene	93
	1. Das Skalarprodukt 2. Die Abbildung $x \mapsto x^\perp$ 3. Der Zusammenhang zwischen $[x, y]$ und $\langle x, y \rangle$ 4. Betrag und Abstand 5. Winkel 6. Die orthogonale Gruppe 7. Die Bewegungen der Ebene 8. Kongruenz und Ähnlichkeit 9*. Bewegungsinvarianten	
§2.	Das Dreieck	108
	Einleitung 1. Erste metrische Sätze 2. Geradengleichung 3. Abstand eines Punktes von einer Geraden 4. Mittelsenkrechte im Dreieck 5. Höhen im Dreieck 6. Halbebenen 7. Winkelhalbierende 8. Rechtwinklige Dreiecke 9*. Orientierte Flächen	
§3.	Trigonometrie	125
	1. Kongruenz-Sätze 2. Formel von HERON 3. Tangens-Satz 4. Relationen zwischen den Winkeln 5. Abstände zwischen vier Punkten 6*. Der Satz von MORLEY 7*. Der Satz von CONNES	
§4.	Geometrie und Arithmetik	135
	1. Pythagoräische Tripel 2. Die rationalen Punkte des Einheitskreises 3. Heronische Dreiecke 4. Satz von PICK	
<i>Kapitel IV. Das Dreieck und seine Kreise</i>		143
Einleitung		143

§1.	Der Kreis	143
	1. Mittelpunktsgleichung 2. Tangente 3. Kreis und Gerade 4. Polare 5*. Mehrere Kreise 6*. Satz von BODENMILLER 7*. Die Stereographische Projektion 8*. Inversion am Kreis	
§2.	Der Umkreis eines Dreiecks	159
	1. Existenzsatz 2. Peripheriewinkel 3. EULER-Gerade 4. FEUERBACH-Kreis 5*. Mittendreieck 6*. Höhenfußpunkt-Dreieck 7*. WALLACE-Gerade	
§3*.	Vier Punkte auf einem Kreis	173
	1*. Vierecke 2*. Sehnenvierecke 3*. Satz von PTOLEMAEUS 4*. Satz von MIQUEL	
§4.	Die Berührungskreise eines Dreiecks	177
	Einleitung 1. Mittelpunkte und Radien 2. Satz von LEIBNIZ 3. Folgerungen 4. Satz von FEUERBACH	
§5*.	Die komplexe Zahlenebene	185
	1*. Die komplexen Zahlen als euklidische Ebene. 2*. Das komplexe Doppelverhältnis 3*. Der Satz von MIQUEL 4*. Die BROCARD'Schen Punkte 5*. Anwendungen	
	<i>Kapitel V. Kegelschnitte</i>	197
	Einleitung	197
§1.	Ellipsen und Hyperbeln	198
	1. Ellipse 2. Hyperbel 3. Gemeinsame Beschreibung 4. Hauptachsentransformation 5. Tangenten 6. Brennpunkt-Tangenten-Abstand 7. Einhüllende Tangentenschar 8. Asymptoten einer Hyperbel 9*. Beschreibung durch Kreise	
§2.	Die Parabel	213
	1. Definition 2. Tangenten 3. Brennpunkt-Tangenten-Abstand	
§3.	Die allgemeine Kurve zweiten Grades	218
	1. Vorbemerkungen 2. Die allgemeine Gleichung zweiten Grades 3. Normalform 4. Klassifikation der Kurven zweiten Grades 5. Affine Normalformen 6. Kurven zweiten Grades als Kegelschnitte 7. Infinitesimale Beschreibung einer Tangente	
§4.	Scheitel- und Brennpunktgleichung	226
	1. Kurven mit Leitlinien 2. Scheitelgleichung 3. Zusammenhang zwischen Scheitelgleichung und Mittelpunktsgleichung 4. Brennpunktgleichung	
§5.	Der Fünf-Punkte-Satz und der Satz von PASCAL	232
	1. Problemstellung 2. Schnittpunkte 3. Ein Polynom zweiten Grades 4. Fünf-Punkte-Satz 5. Satz von PASCAL 6. Beschreibung mit Determinanten	

<i>Kapitel VI. Grundlagen der ebenen projektiven Geometrie</i>	241
Einleitung	241
§1. Projektive Ebenen	242
1. Die Axiome 2. Die projektive Ebene über K 3. Die Konstruktion einer projektiven Ebene 4. Die Konstruktion einer affinen Ebene 5. Projektive Isomorphismen 6. Dualität	
§2. Die projektive Ebene über einem Körper	250
1. Punkte und Geraden 2. Die Automorphismengruppe 3. Dualität 4. Der Satz von DESARGUES 5. Der Satz von PAPPUS/PASCAL	
§3. Die reelle projektive Ebene	259
1. Das Vektorprodukt 2. Quadriken 3. Der Fünf-Punkte-Satz 4. Tangenten 5. Der Satz von PASCAL	
<i>Literaturverzeichnis</i>	269
<i>Symbolverzeichnis</i>	273
<i>Sachverzeichnis</i>	275