

# INHALTSVERZEICHNIS

## ERSTER TEIL

### Analytische Hilfsmittel

#### Erster Abschnitt

##### Grenzen

§ 1 Mengen .....	3
§ 2 Wege, Gebiete, Bereiche .....	9
§ 3 Dedekindschnittsatz .....	12
§ 4 Grenzen und Limiten .....	13
§ 5 Cauchys Konvergenzkriterium .....	18
§ 6 Das Schachtelungsprinzip .....	20
§ 7 Anwendungen des Schachtelungsprinzips .....	21
§ 8 Heine-Borels Überdeckungssatz .....	24
§ 9 Spezielle Grenzwerte .....	29
§ 10 Cauchys Bruch-Wurzel-Satz .....	35
§ 11 Bruchlimessätze .....	40

#### Zweiter Abschnitt

##### Ungleichungen

§ 12 Cauchys Mittelwertsatz .....	45
§ 13 Die Potenzungleichung .....	47
§ 14 Die Ungleichung der Potenzsumme .....	52
§ 15 Die Ungleichung der Exponentialfunktion .....	56
§ 16 Die Ungleichung der logarithmischen Funktion .....	60
§ 17 Die Ungleichungen der Kreisfunktionen .....	65
§ 18 Abels Lemma .....	67
§ 19 Die Ungleichungen von Lagrange und Schwarz .....	69
§ 20 Der Produktflächensatz .....	74
§ 21 Fakultätsschranken .....	79
§ 22 Hölders Ungleichung .....	83
§ 23 Newtons und Maclaurins Ungleichungen .....	87
§ 24 Bessels Ungleichung .....	91

#### Dritter Abschnitt

##### Restbrüche

§ 25 Restbruchschränken .....	97
§ 26 Die $Nn$ -Ungleichung .....	106
§ 27 Lagranges Restbruchsatz .....	109
§ 28 Der Konstantensatz .....	113
§ 29 Dirichlets Sinus- und Cosinusreihe .....	114

§ 30	Der Satz von Taylor .....	117
§ 31	Restbruch und Mittelwert .....	123
§ 32	Die Mittelwerte der Elementarfunktionen .....	125
§ 33	Mittelwert von $\sin^n x$ und $\cos^n x$ .....	127

## Vierter Abschnitt

## Integrale

§ 34	Der Integralbegriff .....	129
§ 35	Die Mittelwertsätze der Integralrechnung .....	140
§ 36	Frullanis Satz .....	144
§ 37	Die Leibnizsche Regel .....	146
§ 38	Integration unter dem Integralzeichen .....	149
§ 39	Regulärfunktionen .....	151
§ 40	Cauchys Hauptsatz .....	154
§ 41	Cauchys Integralformel .....	161
§ 42	Ableitungen einer Regulärfunktion .....	163
§ 43	Liouvilles Satz .....	166
§ 44	Cauchys Residuensatz .....	167
§ 45	Cauchys Pol-Wurzel-Satz .....	169

## ZWEITER TEIL

## Unendliche Reihen und Produkte

## Erster Abschnitt

## Reihen mit konstanten Gliedern

§ 46	Konvergenz und Divergenz einer unendlichen Reihe .....	174
§ 47	Reihenvergleichung .....	179
§ 48	Teleskopreihen .....	186
§ 49	Cauchys Bruch- und Wurzelkriterium .....	193
§ 50	Cauchys Kondensationskriterium .....	198
§ 51	Cauchys Integralkriterium .....	205
§ 52	Gauß' Konvergenzkriterium .....	208
§ 53	Raabes Konvergenzmerkmal .....	212
§ 54	Reihen mit beliebigen konstanten Gliedern .....	217
§ 55	Absolut und unbedingt konvergent .....	221
§ 56	Multiplikation unendlicher Reihen .....	226
§ 57	Kummers Reihenumformung .....	230
§ 58	Die Umformung von Euler-Markoff .....	233
§ 59	Tannerys Satz .....	237

## Zweiter Abschnitt

## Reihen mit variablen Gliedern

§ 60	Gleichmäßige Konvergenz .....	240
§ 61	Merkmale für gleichmäßige Konvergenz .....	246
§ 62	Stetigkeit .....	248
§ 63	Ableitung einer konvergenten Funktionenfolge .....	250

§ 64	Integration .....	256
§ 65	Weierstraß' Konvergenzsatz .....	261
§ 66	Gleichmäßig konvergente Integrale .....	264

Dritter Abschnitt

Doppelreihen

§ 67	Doppelreihen mit positiven Gliedern .....	272
§ 68	Doppelreihen mit beliebigen Gliedern .....	276
§ 69	Anwendungen der Doppelreihen .....	281
§ 70	Jacobis Doppelreihenformeln .....	284
§ 71	Hilberts Doppelreihensatz .....	289

Vierter Abschnitt

Potenzreihen

§ 72	Konvergenz von Potenzreihen .....	293
§ 73	Abels Stetigkeitssatz .....	297
§ 74	Ableitung einer Potenzreihe .....	300
§ 75	Die Reihen von Laurent und Taylor .....	302
§ 76	Methode der unbestimmten Koeffizienten .....	305
§ 77	Riemanns Identitätssatz .....	310
§ 78	Kehrwert einer Potenzreihe .....	311
§ 79	Substitution einer Potenzreihe in eine andere .....	313
§ 80	Umkehrung einer Potenzreihe .....	319
§ 81	Lagranges Reihe .....	321

Fünfter Abschnitt

Elementarreihen

§ 82	Die Sinus- und Cosinusreihe .....	324
§ 83	Die Exponentialreihe .....	329
§ 84	Die logarithmische Reihe .....	338
§ 85	Die Arcustangensreihe .....	345
§ 86	Die Binomialreihe .....	348
§ 87	Die Arcussinusreihe .....	353
§ 88	Teilbruchzerlegung von $\cot x$ und $\operatorname{cosec} x$ .....	359
§ 89	Die Potenzreihe für $\frac{x}{e^x - 1}$ .....	364
§ 90	Die Tangens- und Secansreihe .....	372

Sechster Abschnitt

Unendliche Produkte

§ 91	Konvergenz unendlicher Produkte .....	380
§ 92	Normalprodukte .....	384
§ 93	Die unendlichen Sinus- und Cosinusprodukte .....	386
§ 94	Das unendliche Produkt $\prod (1 + c_n x)$ .....	390
§ 95	Die Eulerprodukte $\prod_1^\infty (1 + x^n)$ und $\prod_1^\infty (1 - x^n)$ .....	393
§ 96	Jacobis Identität .....	402

§ 97	Unendliche Produkte für Thetafunktionen .....	407
§ 98	Weierstraß' Produktsatz .....	417
§ 99	Die Gammafunktion als unendliches Produkt .....	421
§ 100	Grundeigenschaften der Gammafunktion .....	429

### Siebenter Abschnitt

#### Trigonometrische Reihen

§ 101	Fourierkonstanten und Fourierreihen .....	443
§ 102	Die Sätze von Malmstèn und Dirichlet .....	448
§ 103	Heine-Cantors Eindeutigkeitssatz .....	452
§ 104	Das Integral $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$ .....	456
§ 105	Die Abschnitte der Dirichletreihe .....	458
§ 106	Das Dirichletintegral .....	463
§ 107	Fourierreihen von Dirichletfunktionen .....	469
§ 108	Anwendungen von Dirichlets Satz .....	473
§ 109	Der Satz von Lebesgue .....	480
§ 110	Gleichmäßig konvergente Fourierreihen .....	483
§ 111	Der Satz von Du Bois-Reymond .....	487
§ 112	Parsevals Formel .....	489
§ 113	Gibbs' Phänomen .....	492
§ 114	Fourierreihen nichtperiodischer Funktionen .....	495

### Achter Abschnitt

#### Dirichletreihen

§ 115	Konvergenzabszissen .....	498
§ 116	Eindeutigkeitssätze .....	505
§ 117	Multiplikation von Dirichletreihen .....	508
§ 118	Dirichlets $L$ -Reihen .....	515

### Neunter Abschnitt

#### Asymptotische Reihen

§ 119	Bernoullipolynome .....	532
§ 120	Eulers Summenformel .....	539
§ 121	Eulers Limesformel .....	543
§ 122	Eulers Konstante und die harmonische Reihe .....	547
§ 123	Stirlings Reihe .....	551
§ 124	Die asymptotische Reihe für den Logarithmus der Gammafunktion ...	553

### Zehnter Abschnitt

#### Besselreihen

§ 125	Legendrepolynome .....	559
§ 126	Besselreihen und ihre Differentialgleichung .....	562
§ 127	Vom Legendrepolynom zur Besseltranszendente .....	566
§ 128	Besselreihen beliebiger Ordnung .....	569
§ 129	Grundsystem der Besselschen Differentialgleichung .....	574
§ 130	Besselfunktionen endlicher Form .....	579

§ 131	Besselfunktion und Kreisfunktion .....	584
§ 132	Die Differentialgleichung von Lommel .....	586
§ 133	Besselfunktion als Laplacetransformierte .....	589
§ 134	Hankelfunktionen .....	596
§ 135	Asymptotische Entwicklung der Hankelfunktionen .....	603
§ 136	Wurzeln der Besselfunktion .....	608
§ 137	Besselfunktionen als unendliche Produkte .....	617
§ 138	Entwicklung einer Funktion in eine Besselreihe .....	619
§ 139	Eigenschaften der Summe $\Phi$ .....	623
§ 140	Konvergenz der Besselreihe .....	636

### DRITTER TEIL

## Anwendungen der unendlichen Reihen

#### Erster Abschnitt

##### Arithmetische Anwendungen

§ 141	Kompositionen .....	645
§ 142	Das Verteilungsproblem .....	647
§ 143	Newtons Formeln .....	650
§ 144	Stetige Funktionen ohne Ableitung .....	653
§ 145	Einige Bestimmte Integrale .....	656
§ 146	Die diophantische Gleichung von Fermat-Euler .....	665
§ 147	Die diophantische Gleichung von Lagrange-Jacobi .....	670
§ 148	Dirichlets Primzahlsatz .....	674

#### Zweiter Abschnitt

##### Geometrische Anwendungen

§ 149	Dreieckswinkelberechnung .....	677
§ 150	Rektifikation des Kreises .....	680
§ 151	Rektifikation von Ellipse und Lemniskate .....	684
§ 152	Meridiankrümmung .....	686
§ 153	Die Keplersche Gleichung .....	688
§ 154	Brennstrahl und Mittlere Anomalie .....	692
§ 155	Der isoperimetrische Hauptsatz .....	694

#### Dritter Abschnitt

##### Physikalische Anwendungen

§ 156	Schwingungsdauer des Pendels .....	697
§ 157	Saitenschwingungen .....	700
§ 158	Schwingungen eines frei herabhängenden Seils .....	704
§ 159	Schwingungen einer kreisförmigen Membran .....	707
§ 160	Atmosphärische Strahlenbrechung .....	712
§ 161	Beugung an einer Kreisöffnung .....	717