

Inhaltsverzeichnis

I Beispiele

§ 1 Einleitung	9
1.1 Definitionen, S. 9. – 1.2 Der Gaußsche Integralsatz, S. 10. – 1.3 Vektorfelder, S. 12. – 1.4 Die Greenschen Formeln, S. 12. – 1.5 Die Maxwell'schen Gleichungen, S. 13. – 1.6 Die gasdynamischen Gleichungen, S. 15. – 1.7 Die Wärmeleitungsgleichung, S. 16.	
§ 2 Die Wellengleichung	17
2.1 Die Wellengleichung im \mathcal{R}_1 , S. 17. – 2.2 Abhängigkeits-, Bestimmtheitsgebiet, S. 20. – 2.3 Das Anfangs-Randwertproblem, S. 20. – 2.4 Die Wellengleichung im \mathcal{R}_2 , S. 21. – 2.5 Das Auffinden der Lösung, S. 24. – 2.6 Die Gebiete $\overline{\mathcal{U}}$, $\overline{\mathcal{B}}$ für die Wellengleichung im \mathcal{R}_2 , S. 25. – 2.7 Die Wellengleichung im \mathcal{R}_2 , S. 26. – 2.8 Die Gebiete $\overline{\mathcal{U}}$, $\overline{\mathcal{B}}$ für die Wellengleichung im \mathcal{R}_2 , S. 27. – 2.9 Die Dimensionsabhängigkeit der Wellengleichung, S. 28. – 2.10 Fortsetzbare Anfangsbedingungen, Determinismus in der Natur, S. 29. – 2.11 Wellenformen, S. 30. – 2.12 Ein Anfangs-Randwertproblem im \mathcal{R}_2 , S. 31.	
§ 3 Die Potentialgleichung	33
3.1 Das Anfangswertproblem der Potentialgleichung, S. 33. – 3.2 Singularitätenfunktionen, S. 34. – 3.3 Grundlösung, S. 35. – 3.4 Greensche Funktion erster Art, S. 36. – 3.5 Die Poissonsche Formel, S. 37. – 3.6 Die Existenz der Greenschen Funktion im \mathcal{R}_2 , S. 40. – 3.7 Mittelwert- und Maximum-Minimum-Eigenschaft, S. 41. – 3.8 Harnacksche Ungleichung, S. 44. – 3.9 Das H. Weylsche Lemma für den einfachsten Fall, S. 45.	
§ 4 Die Wärmeleitungsgleichung	46
4.1 Der Existenzsatz für das Anfangswertproblem, S. 46. – 4.2 Der Eindeutigkeitsatz für das Anfangswertproblem, S. 50. – 4.3 Gegenbeispiele, S. 52. – 4.4 Bemerkungen, S. 54. – 4.5 Anfangs-Randwertprobleme, S. 55.	

II Typeneinteilung, Charakteristikentheorie und Normalform

§ 1 Differentialgleichungen zweiter Ordnung	58
1.1 Typeneinteilung, S. 58. – 1.2 Invarianzeigenschaften von ζ , S. 61. – 1.3 Charakteristische Richtungen, S. 61. – 1.4 Normalform im hyperbolischen Falle für $n = 2$, S. 63. – 1.5 Normalform im elliptischen Falle für $n = 2$, S. 64. – 1.6 Normalform im parabolischen Falle für $n = 2$, S. 67. – 1.7 Differentialgleichungen vom gemischten Typus für $n = 2$, S. 68.	
§ 2 Systeme von Differentialgleichungen erster Ordnung	69
2.1 Hyperbolische Systeme für zwei unabhängige Variable, S. 69. – 2.2 Charakteristische Mannigfaltigkeiten, Normalform, S. 71. – 2.3 Normalform für den quasilinearen Fall, S. 73. – 2.4 Charakteristikentheorie allgemeiner Systeme, S. 76. – 2.5 Typeneinteilung für einfache Systeme, S. 77. – 2.6 Normalform für elliptische Systeme, S. 78.	

§ 3 Über die Notwendigkeit der Typeneinteilung	80
3.1 Existenzsatz von Cauchy—S. Kowalewski, S. 81. — 3.2 Das O. Perronsche Beispiel, S. 83.	

III Eindeutigkeitsfragen

§ 1 Elliptischer und elliptisch-parabolischer Typus	85
1.1 Das Maximum-Minimum-Prinzip, S. 86. — 1.2 Die Energieintegralmethode, S. 90. — 1.3 Behandlung von Existenzfragen mit dem Maximum-Minimum-Prinzip, S. 91. — 1.4 A-priori-Abschätzungen, S. 92. — 1.5 Die Analytizität der harmonischen Funktionen, S. 93.	
§ 2 Parabolischer Typus	96
2.1 Das Maximum-Minimum-Prinzip, S. 96. — 2.2 Gegenbeispiel, S. 97.	
§ 3 Hyperbolischer Typus	97
3.1 Energieintegralmethode bei der Wellengleichung, S. 97. — 3.2 Energieintegralmethode bei allgemeinen Systemen, S. 98. — 3.3 Das Ausstrahlungsproblem, S. 102. — 3.4 Beweis des I. F. Relichschen Lemmas, S. 106.	
§ 4 Gemischter Typus	109
4.1 Energieintegralmethode bei Gleichungen vom elliptisch-parabolisch-hyperbolischen Typus, S. 109. — 4.2 Das Maximum-Minimum-Prinzip bei Gleichungen vom elliptisch-parabolisch-hyperbolischen Typus, S. 112.	

IV Existenzfragen

§ 1 Gleichungen vom hyperbolischen Typus in zwei unabhängigen Variablen	115
1.1 Das Anfangswertproblem für lineare Systeme in zwei gesuchten Funktionen, S. 115. — 1.2 Ergänzungen, S. 121. — 1.3 Das charakteristische Anfangswertproblem, S. 124. — 1.4 Das Anfangswertproblem für quasilineare Systeme, S. 127. — 1.5 Beweis des Lemmas, S. 130. — 1.6 Hyperbolische Systeme in der Form von Erhaltungssätzen, S. 136. — 1.7 Die Riemannsche Methode, S. 137. — 1.8 Ein Beispiel, S. 140.	
§ 2 Rand- und Anfangswertprobleme bei Gleichungen vom hyperbolischen und parabolischen Typus in zwei unabhängigen Variablen	142
2.1 Problemstellung, S. 142. — 2.2 Der Kalkül der Laplace-Transformation, S. 143. — 2.3 Die Lösung des transformierten Problems II, S. 145. — 2.4 Rechtfertigung des Kalküls, S. 147. — 2.5 Hilfsbetrachtungen, S. 154. — 2.6 Der formale Kalkül der Laplace-Transformation, S. 156.	
§ 3 Gleichungen vom elliptischen Typus	160
3.1 Abschätzungen für Potentiale, S. 160. — 3.2 Eine Lösung von $\Delta_n u = f(x)$, S. 161. — 3.3 Formulierung der allgemeinen Randwertaufgabe, S. 165. — 3.4 Beweisübersicht und Bezeichnungen, S. 167. — 3.5 Existenz einer S-Lösung, S. 169. — 3.6 Die Differenzierbarkeit der S-Lösung, S. 172. — 3.7 Stetige Annahme der Randwerte, S. 174. — 3.8 Hilfsmittel, S. 180.	
§ 4 Das Weylsche Lemma für Gleichungen vom elliptischen Typus	185
4.1 Singuläre Integrale, S. 185. — 4.2 Das Weylsche Lemma, S. 189.	

V Existenzfragen bei Verwendung einfacher Hilfsmittel der Funktionalanalysis

§ 1 Hilfsmittel	196
1.1 Banachscher Raum, S. 196. – 1.2 Hilbertscher Raum, S. 198. – 1.3 Beschränkte lineare Funktionale im Hilbertschen Raum, S. 201.	
§ 2 Die Schaudersche Beweistechnik für Existenzfragen bei elliptischen Differentialgleichungen	205
2.1 Problemstellung, S. 205. – 2.2 Beweisskizze, S. 206.	
§ 3 Das reguläre Eigenwertproblem	208
3.1 Problemstellung, S. 208. – 3.2 Äquivalente Problemstellung, S. 209. – 3.3 Die Vollstetigkeit des Operators, S. 213. – 3.4 Der Entwicklungssatz, S. 217.	
§ 4 Elliptische Differentialgleichungssysteme.	219
4.1 Problemstellung, S. 219. – 4.2 Die Greensche Funktion zweiter Art, S. 219. – 4.3 Das Hilbertsche Lemma, S. 222. – 4.4 Äquivalente Problemstellungen, S. 224. – 4.5 Das homogene erste Randwertproblem, S. 227. – 4.6 Das inhomogene erste Randwertproblem, S. 229. – 4.7 Das allgemeine Randwertproblem mit der Charakteristik Null, S. 232. – 4.8 Das allgemeine Randwertproblem mit beliebiger ganzzahliger Charakteristik, S. 234.	
Lösungen der Sternaufgaben	238
Hinweise.	243
Namen- und Sachverzeichnis	244