

TABLE DES MATIÈRES

Introduction	1
I. Introduction aux systèmes intégrables	7
I.1. Variétés symplectiques	7
I.2. Systèmes hamiltoniens, exemples	13
I.3. Systèmes complètement intégrables	17
I.4. Les flots géodésiques	21
I.5. Appendice: le théorème de Darboux	26
Exercices	27
II. Variables action-angles	35
II.1. Opérations hamiltoniennes de tores	35
II.2. Théorème d'Arnold-Liouville	40
II.3. Exemples	48
Exercices	52
III. Intégrabilité et groupes de Galois	57
Le théorème d'Arnold-Liouville, revu par la théorie de Galois différentielle	57
III.1. Équation aux variations, groupes de Galois et intégrales premières ..	58
III.2. Le cas d'un système hamiltonien	65
III.3. Le cas d'un système intégrable	67
III.4. Vers les applications: la réduction	77
III.5. L'exemple de Hénon-Heiles	83
III.6. Appendice: démonstration du lemme de Ziglin	86
Exercices	90

IV. Une introduction aux équations de Lax	95
Le théorème d'Arnold-Liouville, revu à travers les équations de Lax	95
IV.1. Pourquoi des courbes algébriques?	96
IV.2. Un théorème de linéarisation	100
IV.3. Le cas des géodésiques des quadriques	106
IV.4. Appendice: comment on construit des équations de Lax (un aperçu)	119
Exercices	126

Appendices

A. Ce qu'il faut savoir en théorie de Galois différentielle	135
A.1. Corps différentiels	135
A.2. Extension de Picard-Vessiot	136
A.3. Le groupe de Galois	138
A.4. Le groupe de Galois d'un système hamiltonien est symplectique	141
A.5. Un exemple: l'équation d'Airy	142
Exercices faciles sur la théorie de Galois différentielle	147
B. Ce qu'il faut savoir sur les courbes algébriques	149
B.1. Courbes complexes et surfaces de Riemann	149
B.2. Fibrés en droites sur les courbes	151
B.3. Faisceaux et cocycles	153
B.4. Groupe de Picard, Riemann-Roch, jacobienne	154
Exercices de compréhension des définitions	158
Bibliographie	161
Index	167