

Inhaltsverzeichnis

(Die Basisabschnitte dieses Buchs sind mit einem Stern versehen)

1	Woher kommen partielle Differentialgleichungen?	1
1.1*	Was ist eine partielle Differentialgleichung?	1
1.2*	Lineare Gleichungen erster Ordnung	6
1.3*	Fließvorgänge, Schwingungen und Diffusionen	11
1.4*	Anfangs- und Randbedingungen	22
1.5	Korrekt gestellte Probleme	28
1.6	Typeneinteilung von Gleichungen zweiter Ordnung	31
2	Wellen und Diffusionen	36
2.1*	Die Wellengleichung	36
2.2*	Kausalität und Energie	42
2.3*	Die Diffusionsgleichung	45
2.4*	Die Diffusionsgleichung auf der ganzen Achse	51
2.5*	Vergleiche zwischen Wellen und Diffusionen	59
3	Reflexionen und Quellen	62
3.1	Diffusion auf der Halbgeraden	62
3.2	Reflexionen von Wellen	66
3.3	Diffusionen mit einer Quelle	71
3.4	Wellen mit einer Quelle	75
3.5	Überarbeitung der Diffusion	85
4	Randwertprobleme	89
4.1*	Trennung der Variablen, Dirichlet-Bedingung	89
4.2*	Die Neumann-Bedingung	94
4.3*	Die Robin-Bedingung	97
5	Fourierreihen	109
5.1*	Die Fourierkoeffizienten	109
5.2*	Gerade, ungerade, periodische und komplexe Funktionen	117
5.3*	Orthogonalität und allgemeine Fourierreihen	123
5.4*	Vollständigkeit	130
5.5	Vollständigkeit und das Gibbssche Phänomen	143
5.6	Inhomogene Randbedingungen	152
6	Harmonische Funktionen	158
6.1*	Die Laplace-Gleichung	158
6.2*	Rechtecke und Quader	167
6.3*	Die Poissonsche Formel	171

6.4	Kreise, Sektoren und Ringe	177
7	Die Greenschen Formeln und Greensche Funktionen	183
7.1	Die erste Greensche Formel	183
7.2	Die zweite Greensche Formel	190
7.3	Greensche Funktionen	192
7.4	Halbräume und Kugeln	195
8	Numerisches Lösen	204
8.1	Vorteile und Gefahren	204
8.2	Approximationen von Diffusionen	208
8.3	Approximationen von Wellen	216
8.4	Approximationen der Laplace-Gleichung	224
8.5	Die Finite-Elemente-Methode	229
9	Wellen im Raum	233
9.1	Energie und Kausalität	233
9.2	Die Wellengleichung im Raum	239
9.3	Strahlen, Singularitäten und Quellen	248
9.4	Die Diffusions- und die Schrödinger-Gleichung	254
9.5	Das Wasserstoffatom	260
10	Randwertaufgaben in der Ebene und im Raum	264
10.1	Überarbeitung der Fourierschen Methode	264
10.2	Die schwingende Membran	270
10.3	Schwingungen in einer Kugel	276
10.4	Knoten	284
10.5	Besselfunktionen	287
10.6	Legendre-Funktionen	294
10.7	Drehimpulse in der Quantenmechanik	299
11	Allgemeine Eigenwertprobleme	304
11.1	Die Eigenwerte sind Minima der potentiellen Energie	304
11.2	Berechnung der Eigenwerte	309
11.3	Vollständigkeit	315
11.4	Symmetrische Differentialoperatoren	319
11.5	Vollständigkeit und Trennung der Variablen	323
11.6	Asymptotisches Verhalten der Eigenwerte	327
12	Distributionen und Transformationen	338
12.1	Distributionen	338
12.2	Nochmals Greensche Funktionen	344
12.3	Fourier-Transformationen	349
12.4	Quellfunktionen	355
12.5	Die Technik der Laplacetransformation	359

13 Partielle Differentialgleichungen der Physik	365
13.1 Elektromagnetismus	365
13.2 Strömungen und Schall	368
13.3 Streuung	372
13.4 Das stetige Spektrum	377
13.5 Die Gleichungen der Elementarteilchen	380
14 Nichtlineare partielle Differentialgleichungen	386
14.1 Stoßwellen	386
14.2 Solitonen	395
14.3 Variationsrechnung	403
14.4 Verzweigungstheorie	408
Anhang	414
A.1 Stetige und differenzierbare Funktionen	414
A.2 Funktionenreihen	418
A.3 Differentiation und Integration	420
A.4 Differentialgleichungen	423
A.5 Die Gammafunktion	425
Lösungen und Lösungshinweise zu ausgewählten Übungsaufgaben	427
Literaturverzeichnis	445
Index	448