

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Der begriffliche Rahmen</b> .....	1
1.1 Geometrie .....	1
1.2 Anschauliche und Analytische Geometrie .....	1
1.3 Glattheit .....	6
1.4 Messungen .....	9
1.5 Übungsaufgaben .....	11
<b>2. Kurven</b> .....	13
2.1 Bogenlänge .....	13
2.2 Die Variation der Bogenlänge .....	18
2.3 Krümmung .....	19
2.4 Totalkrümmung geschlossener ebener Kurven .....	23
2.5 Totalkrümmung von Raumkurven .....	25
2.6 Torsion .....	27
2.7 Übungsaufgaben .....	29
<b>3. Die erste Fundamentalform</b> .....	35
3.1 Länge und Winkel .....	35
3.2 Skalarprodukte .....	37
3.3 Flächeninhalt .....	39
3.4 Zueinander isometrische Immersionen .....	41
3.5 Übungsaufgaben .....	42
<b>4. Die zweite Fundamentalform</b> .....	45
4.1 Die Lageänderung des Tangentialraums .....	45
4.2 Die Gaußabbildung einer Hyperfläche .....	46
4.3 Weingarten-Abbildung .....	48
4.4 Abstandsfunktion und Parallelhyperflächen .....	51
4.5 Die lokale Gestalt einer Hyperfläche .....	53
4.6 Der Normalanteil des Krümmungsvektors .....	54
4.7 Normalenschnitte .....	56
4.8 Übungsaufgaben .....	57

<b>5. Geodäten und Kürzeste</b> .....	61
5.1 Die Variation der Bogenlänge auf Immersionen .....	61
5.2 Die Differentialgleichung der Geodäten .....	62
5.3 Die geodätische Exponentialabbildung .....	64
5.4 Kürzeste Kurven .....	67
5.5 Übungsaufgaben .....	68
<b>6. Die tangentielle Ableitung</b> .....	71
6.1 Die Christoffelsymbole .....	71
6.2 Die Levi-Civita-Ableitung .....	72
6.3 Vektorfelder längs Kurven, Parallelität .....	74
6.4 Gradient und Hesseform .....	76
6.5 Übungsaufgaben .....	79
<b>7. Nabelpunkte und konforme Abbildungen</b> .....	81
7.1 Nabelpunkthyperflächen .....	81
7.2 Orthogonale Hyperflächensysteme .....	82
7.3 Konforme Abbildungen .....	84
7.4 Möbius-Transformationen .....	87
7.5 Die Stereographische Projektion .....	91
7.6 Übungsaufgaben .....	94
<b>8. Minimalflächen</b> .....	99
8.1 Variation des Flächeninhalts .....	99
8.2 Minimaler Flächeninhalt .....	102
8.3 Seifenhäute und mittlere Krümmung .....	106
8.4 Konforme Parameter und komplexe Zahlen .....	110
8.5 Die Weierstraß-Darstellung .....	115
8.6 Konstruktion konformer Parameter .....	120
8.7 Minimale Graphen und Satz von Bernstein .....	122
8.8 Übungsaufgaben .....	127
<b>9. Das Plateau-Problem</b> .....	133
9.1 Einführung .....	133
9.2 Flächeninhalt und Energie .....	135
9.3 Das Dirichletsche Prinzip .....	136
9.4 Bestimmung der Randparameter .....	140
9.5 Schwache Konformität .....	144
9.6 Ausschluss von Verzweigungspunkten .....	152
9.7 Harmonische Funktionen .....	157
9.8 Holomorphe Funktionen .....	164
9.9 Übungsaufgaben .....	168

<b>10. Minimalflächen und Maximumprinzip</b> .....	171
10.1 Das Maximumprinzip für minimale Hyperflächen .....	171
10.2 Hindernisse für Minimalflächen .....	175
10.3 Übungsaufgaben .....	179
<b>11. Innere und äußere Geometrie</b> .....	181
11.1 Von der inneren zur Riemannschen Geometrie .....	181
11.2 Die Levi-Civita-Ableitung .....	184
11.3 Der Riemannsche Krümmungstensor .....	187
11.4 Lokal euklidische Metriken .....	190
11.5 Gauß-Gleichung und Theorema Egregium .....	192
11.6 Übungsaufgaben .....	195
<b>12. Krümmung und Gestalt</b> .....	197
12.1 Geodätische Koordinaten .....	197
12.2 Die Jacobigleichung .....	199
12.3 Die hyperbolische Ebene .....	201
12.4 Geodätische Krümmung auf Flächen .....	208
12.5 Der Satz von Gauß-Bonnet .....	209
12.6 Zusammenhangsform und Krümmung .....	212
12.7 Der Satz von Gauß-Bonnet im Großen .....	214
12.8 Übungsaufgaben .....	219
<b>A. Integration</b> .....	225
A.1 Cartanableitung und Integration .....	225
A.2 Der Divergenzsatz .....	230
A.3 Integrationsbedingungen .....	232
A.4 Übungsaufgaben .....	235
<b>B. Gewöhnliche Differentialgleichungen</b> .....	237
B.1 Existenz und Eindeutigkeit .....	237
B.2 Lineare Differentialgleichungen .....	239
B.3 Stetige Abhängigkeit von Parametern und Anfangswerten ...	240
B.4 Differenzierbare Abhängigkeit von den Anfangswerten .....	242
B.5 Der Fluss eines Vektorfeldes .....	244
B.6 Übungsaufgaben .....	246
<b>Literatur</b> .....	249
<b>Sachverzeichnis</b> .....	251