

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	v
Kapitel VI Integralrechnung in einer Variablen	
1 Sprungstetige Funktionen	4
Treppen- und sprungstetige Funktionen	4
Eine Charakterisierung sprungstetiger Funktionen	6
Der Banachraum der sprungstetigen Funktionen	7
2 Stetige Erweiterungen	10
Der Erweiterungssatz für gleichmäßig stetige Funktionen	10
Beschränkte lineare Operatoren	12
Die stetige Erweiterung beschränkter linearer Operatoren	15
3 Das Cauchy-Riemannsche Integral	17
Das Integral für Treppenfunktionen	17
Das Integral für sprungstetige Funktionen	19
Riemannsche Summen	20
4 Eigenschaften des Integrals	26
Integration von Funktionenfolgen	26
Das orientierte Integral	27
Positivität und Monotonie des Integrals	28
Komponentenweise Integration	31
Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	32
Das unbestimmte Integral	33
Der Mittelwertsatz der Integralrechnung	35
5 Die Technik des Integrierens	39
Variablensubstitution	39
Partielle Integration	41
Die Integration rationaler Funktionen	44

6	Summen und Integrale	51
	Die Bernoullischen Zahlen	51
	Rekursionsformeln	53
	Die Bernoullischen Polynome	54
	Die Euler-Maclaurinsche Summenformel	55
	Potenzsummen	57
	Asymptotische Äquivalenz	58
	Die Riemannsche ζ -Funktion	60
	Die Sehnentrapezregel	65
7	Fourierreihen	69
	Das L_2 -Skalarprodukt	69
	Die Approximation im quadratischen Mittel	71
	Orthonormalsysteme	73
	Die Integration periodischer Funktionen	74
	Fourierkoeffizienten	75
	Klassische Fourierreihen	76
	Die Besselsche Ungleichung	80
	Vollständige Orthonormalsysteme	81
	Stückweise stetig differenzierbare Funktionen	84
	Gleichmäßige Konvergenz	85
8	Uneigentliche Integrale	92
	Zulässige Funktionen	92
	Uneigentliche Integrale	92
	Der Integralvergleichssatz für Reihen	95
	Absolut konvergente Integrale	96
	Das Majorantenkriterium	97
9	Die Gammafunktion	101
	Die Eulersche Integraldarstellung	101
	Die Gammafunktion auf $\mathbb{C} \setminus (-\mathbb{N})$	102
	Die Gaußsche Darstellung	103
	Die Ergänzungsformel	107
	Die logarithmische Konvexität der Gammafunktion	108
	Die Stirlingsche Formel	111
	Das Eulersche Betaintegral	114

Kapitel VII Differentialrechnung mehrerer Variabler

1	Stetige lineare Abbildungen	122
	Die Vollständigkeit von $\mathcal{L}(E, F)$	122
	Endlichdimensionale Banachräume	123
	Matrixdarstellungen	127
	Die Exponentialabbildung	129
	Lineare Differentialgleichungen	132
	Das Gronwallsche Lemma	134
	Die Variation-der-Konstanten-Formel	136
	Determinanten und Eigenwerte	138
	Fundamentalmatrizen	141
	Lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung	145
2	Differenzierbarkeit	154
	Die Definition	154
	Die Ableitung	155
	Richtungsableitungen	157
	Partielle Ableitungen	159
	Die Jacobimatrix	161
	Ein Differenzierbarkeitskriterium	161
	Der Rieszsche Darstellungssatz	163
	Der Gradient	165
	Komplexe Differenzierbarkeit	167
3	Rechenregeln	172
	Linearität	172
	Die Kettenregel	172
	Die Produktregel	175
	Mittelwertsätze	175
	Die Differenzierbarkeit von Funktionenfolgen	177
	Notwendige Bedingungen für lokale Extrema	177
4	Multilineare Abbildungen	180
	Stetige multilineare Abbildungen	180
	Der kanonische Isomorphismus	182
	Symmetrische multilineare Abbildungen	184
	Die Ableitung multilinearer Abbildungen	184
5	Höhere Ableitungen	188
	Definitionen	188
	Partielle Ableitungen höherer Ordnung	191
	Die Kettenregel	193
	Taylorsche Formeln	193

Funktionen von m Variablen	195
Hinreichende Kriterien für lokale Extrema	196
6 Nemytskiioperatoren und Variationsrechnung	204
Nemytskiioperatoren	204
Die Stetigkeit von Nemytskiioperatoren	205
Die Differenzierbarkeit von Nemytskiioperatoren	206
Die Differenzierbarkeit von Parameterintegralen	209
Variationsprobleme	211
Die Euler-Lagrangesche Gleichung	213
Klassische Mechanik	217
7 Umkehrabbildungen	221
Die Ableitung der Inversion linearer Abbildungen	221
Der Satz über die Umkehrabbildung	223
Diffeomorphismen	226
Die Lösbarkeit nichtlinearer Gleichungssysteme	227
8 Implizite Funktionen	230
Differenzierbare Abbildungen auf Produkträumen	230
Der Satz über implizite Funktionen	232
Reguläre Werte	235
Gewöhnliche Differentialgleichungen	236
Separation der Variablen	238
Lipschitz-Stetigkeit und Eindeutigkeit	242
Der Satz von Picard-Lindelöf	244
9 Mannigfaltigkeiten	252
Untermannigfaltigkeiten des \mathbb{R}^n	252
Graphen	253
Der Satz vom regulären Wert	253
Der Immersionsatz	255
Einbettungen	257
Lokale Karten und Parametrisierungen	262
Kartenwechsel	265
10 Tangenten und Normalen	270
Das Tangential in \mathbb{R}^n	270
Der Tangentialraum	271
Charakterisierungen des Tangentialraumes	275
Differenzierbare Abbildungen	276
Das Differential und der Gradient	279
Normalen	281
Extrema mit Nebenbedingungen	282
Anwendungen der Lagrangeschen Multiplikatorenregel	283

Kapitel VIII Kurvenintegrale

1	Kurven und ihre Länge	291
	Die totale Variation	291
	Rektifizierbare Wege	292
	Differenzierbare Kurven	294
	Rektifizierbare Kurven	297
2	Kurven in \mathbb{R}^n	302
	Tangenteneinheitsvektoren	302
	Parametrisierungen nach der Bogenlänge	303
	Orientierte Basen	304
	Das Frenetsche n -Bein	305
	Die Krümmung ebener Kurven	308
	Eine Kennzeichnung von Geraden und Kreisen	310
	Krümmungskreise und Evoluten	311
	Das Vektorprodukt	312
	Die Krümmung und die Torsion von Raumkurven	314
3	Pfaffsche Formen	318
	Vektorfelder und Pfaffsche Formen	318
	Die kanonischen Basen	320
	Exakte Formen und Gradientenfelder	322
	Das Poincarésche Lemma	325
	Duale Operatoren	327
	Transformationsregeln	328
	Moduln	332
4	Kurvenintegrale	337
	Die Definition	337
	Elementare Eigenschaften	339
	Der Hauptsatz über Kurvenintegrale	341
	Einfach zusammenhängende Mengen	343
	Die Homotopieinvarianz des Kurvenintegrals	344
5	Holomorphe Funktionen	351
	Komplexe Kurvenintegrale	351
	Holomorphie	354
	Der Cauchysche Integralsatz	355
	Die Orientierung der Kreislinie	357
	Die Cauchysche Integralformel	357
	Analytische Funktionen	359
	Der Satz von Liouville	361
	Die Fresnelschen Integrale	361
	Das Maximumprinzip	363

Harmonische Funktionen	364
Der Satz von Goursat	366
Der Weierstraßsche Konvergenzsatz	369
6 Meromorphe Funktionen	373
Die Laurentsche Entwicklung	373
Hebbare Singularitäten	377
Isolierte Singularitäten	378
Einfache Pole	381
Die Windungszahl	383
Die Stetigkeit der Umlaufzahl	387
Der allgemeine Cauchysche Integralsatz	389
Der Residuensatz	391
Fourierintegrale	392
Literaturverzeichnis	401
Index	403