

# Table des matières

<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre I. UN PROBLEME MODELE : CONTROLABILITE EXACTE DE L'EQUATION DES ONDES - CONTROLE PAR DIRICHLET.....</b>	<b>15</b>
1. INTRODUCTION. FORMULATION DU PROBLEME DE LA CONTROLABILITE EXACTE....	15
2. DESCRIPTION DE LA METHODE DE RESOLUTION : HUM. CONTROLABILITE EXACTE DANS DES ESPACES ABSTRAITS.....	21
3. QUELQUES RESULTATS PRELIMINAIRES.....	28
3.1. Prolongement d'un champ de vecteurs normaux.....	28
3.2. Quelques rappels sur l'existence et l'unicité des solutions de l'équation des ondes.....	32
3.3. Une identité.....	40
4. REGULARITE DES SOLUTIONS FAIBLES.....	44
4.1. Le problème homogène. L'inégalité directe.....	44
4.2. Le problème non homogène.....	46
5. UN THEOREME D'UNICITE. L'INEGALITE INVERSE.....	54
6. QUELQUES RESULTATS DE CONTROLABILITE EXACTE DANS DES ESPACES FONCTIONNELS CLASSIQUES.....	60
6.1. Le résultat fondamental.....	60
6.2. Quelques remarques sur les changements de norme.....	64
7. QUELQUES COMMENTAIRES ET RESULTATS SUPPLEMENTAIRES.....	79
7.1. Interprétation géométrique de l'ensemble $\Gamma(x^0)$ .....	79
7.2. Action sur des parties de frontière non-cylindriques.....	83
7.3. Contrôlabilité exacte dans des ouverts non-réguliers.....	85
8. LE THEOREME DE HOLMGREN ET SES CONSEQUENCES.....	87
9. CONTROLABILITE EXACTE ELARGIE.....	95
10. PROBLEMES OUVERTS.....	103

**Chapitre II. FORMULATION GENERALE DU PROBLEME DE LA  
CONTROLABILITE EXACTE.**

	<b>HUM : HILBERT UNIQUENESS METHOD.....</b>	<b>107</b>
1.	INTRODUCTION.....	107
2.	FORMULATION GENERALE DU PROBLEME DE LA CONTROLABILITE EXACTE.....	108
3.	HUM : HILBERT UNIQUENESS METHOD.....	111
4.	QUELQUES COMMENTAIRES SUR LES CHANGEMENTS DES NORMES.....	122
5.	PROBLEMES OUVERTS.....	127

**Chapitre III. EQUATION DES ONDES : CONDITIONS AUX LIMITES DE  
NEUMANN ET DE TYPE MELE.....**

	<b>NEUMANN ET DE TYPE MELE.....</b>	<b>131</b>
1.	CONTROLE PAR NEUMANN.....	131
1.1.	Formulation du problème.....	131
1.2.	Quelques rappels sur l'équation des ondes.....	133
1.3.	Une identité.....	137
1.4.	Un théorème d'unicité. L'inégalité inverse.....	141
1.5.	Mise en place de la méthode HUM.....	149
1.6.	Contrôlabilité exacte sans conditions géométriques.....	158
1.7.	Contrôlabilité exacte avec des conditions géométriques.....	162
1.8.	Normes plus fortes.....	163
1.9.	Affaiblissement de la norme.....	167
1.10.	Quelques commentaires.....	174
2.	CONTROLE PAR DES CONDITIONS AUX LIMITES DE TYPE MELE.....	178
2.1.	Orientation.....	178
2.2.	Quelques rappels sur l'équation des ondes.....	180
2.3.	Contrôlabilité exacte avec des conditions géométriques (I).....	184
2.4.	Contrôlabilité exacte avec des conditions géométriques (II) Normes plus fortes.....	196
2.5.	Contrôlabilité exacte des conditions géométriques (III) Affaiblissement de la norme.....	200
2.6.	Contrôlabilité exacte sans conditions géométriques.....	204
2.7.	Quelques commentaires.....	212
3.	PROBLEMES OUVERTS.....	217

<b>Chapitre IV.    SYSTEME DE L'ELASTICITE ET QUELQUES MODELES DE                   PLAQUES VIBRANTES.....</b>	<b>223</b>
1. <b>LE SYSTEME DE L'ELASTICITE (I). ACTION DU TYPE DIRICHLET.....</b>	<b>223</b>
1.1.    Orientation.....	224
1.2.    Inégalités.....	224
1.3.    Application de HUM.....	227
2. <b>LE SYSTEME DE L'ELASTICITE (II). ACTION DU TYPE NEUMANN.....</b>	<b>228</b>
2.1.    Orientation.....	228
2.2.    Formulation variationnelle.....	229
2.3.    Une inégalité.....	232
2.4.    Application de HUM.....	237
3. <b>PLAQUES VIBRANTES (I). ACTION DU TYPE DIRICHLET.....</b>	<b>239</b>
3.1.    Formulation du problème.....	239
3.2.    Quelques rappels.....	241
3.3.    Une identité.....	243
3.4.    L'inégalité directe.....	247
3.5.    Existence et régularité des solutions du problème avec des conditions aux limites non homogènes.....	249
3.6.    Un théorème d'unicité. L'inégalité inverse.....	254
3.7.    Quelques résultats de contrôlabilité exacte.....	260
3.8.    Quelques commentaires.....	270
4. <b>PLAQUES VIBRANTES (II). CONTROLES PORTANT SUR <math>y</math> ET <math>\Delta y</math>.....</b>	<b>280</b>
4.1.    Formulation du problème.....	280
4.2.    Quelques rappels.....	282
4.3.    Une identité.....	284
4.4.    L'inégalité directe.....	287
4.5.    Existence et unicité des solutions du problème avec des conditions aux limites non homogènes.....	288
4.6.    Un théorème d'unicité. L'inégalité inverse.....	296
4.7.    Quelques résultats de contrôlabilité exacte.....	301
4.8.    Quelques commentaires.....	311
5. <b>PROBLEMES OUVERTS.....</b>	<b>319</b>

<b>Chapitre V.</b>	<b>CONTROLABILITE EXACTE SIMULTANEE.....</b>	<b>322</b>
1.	INTRODUCTION.....	322
2.	UN SYSTEME DE DEUX EQUATIONS DES ONDES.....	323
2.1.	Formulation du problème.....	323
2.2.	Contrôlabilité exacte avec des conditions géométriques.....	324
2.3.	Contrôlabilité exacte sans conditions géométriques.....	336
2.4.	Quelques commentaires.....	340
3.	UN SYSTEME DE DEUX EQUATIONS DE PLAQUES VIBRANTES.....	342
3.1.	Formulation du problème.....	342
3.2.	L'inégalité inverse.....	344
3.3.	Contrôlabilité exacte.....	349
4.	PROBLEMES OUVERTS.....	353
<b>Chapitre VI.</b>	<b>CONTROLABILITE EXACTE DE PROBLEMES DE TRANSMISSION.....</b>	<b>356</b>
1.	INTRODUCTION.....	356
2.	FORMULATION DU PROBLEME.....	356
3.	RESULTATS PRELIMINAIRES.....	360
4.	INEGALITES.....	369
4.1.	Inégalité directe.....	369
4.2.	Inégalité inverse.....	371
5.	LE RESULTAT PRINCIPAL DE CONTROLABILITE EXACTE.....	375
6.	QUELQUES VARIANTES.....	385
6.1.	Normes plus fortes.....	385
6.2.	Normes plus faibles.....	387
7.	QUELQUES COMMENTAIRES.....	390
7.1.	Existence d'une infinité de contrôles.....	390
7.2.	Les conséquence du Théorème de Holmgren.....	391
8.	PROBLEMES OUVERTS.....	394
<b>Chapitre VII.</b>	<b>CONTROLE INTERNE.....</b>	<b>396</b>
1.	FORMULATION GENERALE DU PROBLEME . DESCRIPTION DE HUM.....	396

2.	EQUATION DES ONDES AVEC CONDITIONS AUX LIMITES DE DIRICHLET.....	400
2.1.	Orientation.....	400
2.2.	Action sur tout l'ouvert $\Omega$ .....	401
2.3.	Action sur un voisinage du bord.....	409
2.4.	Changement de normes.....	419
2.5.	Quelques commentaires.....	422
3.	PROBLEMES OUVERTS.....	427

**Chapitre VIII. CARACTERISATION DU CONTROLE DONNE PAR HUM.  
SYSTEME DE L'OPTIMALITE ET METHODE DE DUALITE..... 430**

1.	INTRODUCTION.....	430
2.	CONTROLABILITE EXACTE ET PENALISATION.....	431
2.1.	Orientation.....	431
2.2.	Caractérisation du contrôle. Système de l'optimalité.....	433
3.	DUALITE.....	441
3.1.	Orientation.....	441
3.2.	Première application de la théorie générale de dualité.....	442
3.3.	Autre aspect de la dualité.....	445
3.4.	Dualité et pénalisation.....	447
3.5.	Dualité et autres conditions aux limites.....	449
4.	CONTROLABILITE EXACTE ELARGIE ET PENALISATION.....	452
5.	PROBLEMES OUVERTS.....	456

**BIBLIOGRAPHIE..... 459**

**Appendice I. CONTROLABILITE EXACTE EN UN TEMPS ARBITRAIRE  
PETIT DE QUELQUES MODELES DE PLAQUES (E. Zuazua).... 465**

1.	INTRODUCTION.....	465
2.	CONDITIONS AUX LIMITES DE DIRICHLET.....	468
3.	CONDITIONS AUX LIMITES PORTANT SUR $y$ ET $\Delta y$ .....	473
4.	CONTROLABILITE EXACTE SIMULTANEE.....	479
5.	QUELQUES REMARQUES.....	484
	BIBLIOGRAPHIE.....	490

<b>Appendice 2.    </b>	<b>CONTROLE ET STABILISATION DANS LES PROBLEMES</b>	
	<b>HYPERBOLIQUES (C. Bardos, G. Lebeau, J. Rauch).....</b>	<b>492</b>
1.	INTRODUCTION.....	492
2.	NOTATIONS ET RAPPELS SUR L'ANALYSE LOCALE ET MICROLOCALE.....	495
3.	L'EXACTE CONTROLABILITE DU PROBLEME DE DIRICHLET.....	501
4.	L'EXACTE CONTROLABILITE DU PROBLEME DE NEUMANN.....	521
5.	STABILISATION DISTRIBUEE SUR LA FRONTIERE.....	525
	FIGURES.....	535
	BIBLIOGRAPHIE.....	536
<b>Index terminologique .....</b>		<b>539</b>