

Inhaltsverzeichnis

0. Einige Bemerkungen zur Geschichte und zu den Zielen der Variationsrechnung . . .	1
I. Direkte Methoden der Variationsrechnung	16
I.1 Der Fundamentalsatz der Variationsrechnung	16
I.2 Zur Anwendung des Fundamentalsatzes in Banach-Räumen	20
I.3 Die Minimierung einiger spezieller Klassen von Funktionen	25
I.4 Einige Bemerkungen zur linearen Optimierung	30
I.5 Das Ritzsche Approximationsverfahren	31
Literatur	34
II. Differentialrechnung in Banach-Räumen	35
II.1 Allgemeine Bemerkungen	35
II.2 Die Fréchet-Ableitung	36
II.3 Die Gâteaux-Ableitung	45
II.4 n -te Variation	48
II.5 Die Voraussetzungen des Fundamentalsatzes der Variationsrechnung	49
II.6 Konvexität von f und Monotonie von f'	51
Literatur	52
III. Extrema differenzierbarer Funktionale	53
III.1 Extrema und kritische Werte	53
III.2 Notwendige Bedingungen für ein Extremum	54
III.3 Hinreichende Bedingungen für ein Extremum	58
Literatur	60
IV. Extrema unter Nebenbedingungen (Methode der Lagrange-Multiplikatoren) . .	61
IV.1 Geometrische Interpretation des Extremalproblems unter Nebenbedingungen	61
IV.2 Die Sätze von Ljusternik	64
IV.3 Notwendige und hinreichende Bedingungen für Extrema unter Nebenbedin-	
gungen	70
IV.4 Ein Spezialfall	72
Literatur	73
V. Klassische Variationsprobleme	74
V.1 Allgemeine Bemerkungen	74
V.2 Das Hamiltonsche Prinzip der klassischen Mechanik	77
V.3 Symmetrien und Erhaltungssätze in der klassischen Mechanik	101
V.4 Das Problem der Brachystochrone	107
V.5 Systeme mit unendlich vielen Freiheitsgraden: Feldtheorie	110
V.6 Der Noethersche Satz in der klassischen Feldtheorie	118
Literatur	124

VI. Variationstheoretische Behandlung linearer Rand- und Eigenwert-Probleme . . .	125
VI.1 Der Spektralsatz für kompakte selbstadjungierte Operatoren. Das klassische Minimax-Prinzip von Courant. Der Projektionssatz	125
VI.2 Differentialoperatoren und Formen	130
VI.3 Der Satz von Lax-Milgram und einige seiner Verallgemeinerungen	134
VI.4 Das Spektrum elliptischer Differentialoperatoren in einem beschränkten Gebiet. Einige Probleme der klassischen Potentialtheorie.	138
VI.5 Die variationstheoretische Lösung parabolischer Differentialgleichungen. Die Wärmeleitungsgleichung. Die Stokes-Gleichungen	141
Literatur	151
VII. Nicht-lineare elliptische Randwert-Probleme und monotone Operatoren	152
VII.1 Formen und Operatoren – Randbedingungen.	152
VII.2 Surjektivität koerzitiver monotoner Operatoren. Die Sätze von Browder und Minty.	154
VII.3 Nicht-lineare elliptische Randwert-Probleme. Eine variationstheoretische Lösung.	159
Literatur	171
VIII. Nicht-lineare elliptische Eigenwert-Probleme	172
VIII.1 Einleitung.	172
VIII.2 Bestimmung des Grundzustands in nicht-linearen elliptischen Eigenwert-Problemen	175
VIII.3 Ljusternik-Schnirelman-Theorie für kompakte Mannigfaltigkeiten	184
VIII.4 Zur Existenz unendlich vieler Lösungen nicht-linearer elliptischer Eigenwert-Probleme	195
VIII.5 Nicht-lineare elliptische Feldgleichungen in \mathbb{R}^d , $d \geq 3$	217
Literatur	229
IX. Thomas-Fermi-Theorie	231
IX.1 Allgemeine Bemerkungen	231
IX.2 Einige Fakten aus der Theorie der L^p -Räume $1 \leq p \leq \infty$	233
IX.3 Minimierung des Thomas-Fermi-Energiefunktionals	234
IX.4 Thomas-Fermi-Gleichungen und Minimierungsproblem für das TF-Funktional.	241
IX.5 Lösung der TF-Gleichungen für Potentiale der Form $V(x) = \sum_{j=1}^k (Z_j/ x - x_j)$	247
Literatur	250
Anhang 1. Banach-Räume	251
1. Die Euklidischen Räume \mathbb{R}^n , $n \in \mathbb{N}$	252
2. Die Folgenräume $l^p(\mathbb{R})$, $1 \leq p \leq \infty$	252
3. Räume stetiger Funktionen	253
4. Räume differenzierbarer Funktionen	253
5. Die Lebesgue-Räume $L^p(\mathbb{R}^n)$	253
Literatur	258
Anhang 2. Stetigkeit und Halbstetigkeit.	259
Anhang 3. Kompaktheit in Banach-Räumen.	261
Literatur	267

Anhang 4. Die Sobolev-Räume $W^{m,p}(\Omega)$	268
1. Definitionen und Eigenschaften	268
2. Die Ungleichung von Poincaré	272
3. Stetige Einbettungen für Sobolev-Räume	273
4. Kompakte Einbettungen der Sobolev-Räume	275
Literatur	277
Sachverzeichnis	278