

Inhalt

	Seite
I. Einführung in die Laplace-Transformation	11
A. Die allgemeinen mathematischen Grundlagen	11
1. Einführung und Vorbemerkungen	11
2. Die Funktionalanalysis und die Laplace-Transformation	11
3. Das Laplace-Integral und seine Konvergenzeigenschaften	13
4. Die Berechnung des Laplace-Integrals	14
B. Die Abbildungseigenschaften der \mathcal{L} -Transformation	15
1. Die lineare Substitution im Originalbereich	15
2. Anwendungen der sog. Verschiebungsregel und des Ähnlichkeits- satzes	17
3. Die lineare Substitution im Resultatbereich	18
4. Die Abbildung der Integration im Originalbereich	19
5. Die Integration im Resultatbereich	23
6. Die Abbildung der Ableitung im Originalbereich	24
7. Die Ableitung im Resultatbereich	27
8. Anwendungen des sog. Multiplikationssatzes	27
9. Anhang zu B.: Einführung in die Eigenschaften der Γ -Funktion a) Die Gammafunktion als Parameterintegral	28
b) Einige Hauptsätze der Gammafunktion	30
C. Die Faltung	32
1. Der Begriff der Faltung	32
2. Der Additionssatz	33
3. Der Faltungssatz	34
4. Anwendungen des Faltungssatzes	36
D. Integralgleichungen	37
1. Einleitung und Grundbegriffe	37
2. Lösungsbedingungen für Integralgleichungen vom Faltungstyp	38
3. Die Abelsche Integralgleichung	39
4. Anhang 1 zu D.: Die klassische Lösung der Abelschen Gleichung	42
5. Anhang 2 zu D.: Ein Hilfssatz der \mathcal{L} -Transformation über die Auf- teilung der Resultatfunktion in Produkte	44
a) Zweck des Aufteilungssatzes	44
b) Der Aufteilungssatz	45
II. Lösung von Differentialgleichungen mit der Laplace-Transformation	46
A. Gewöhnliche lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffi- zienten	46
1. Grundbegriffe und Lösungsweg	46
2. Die gewöhnliche Differentialgleichung 1. Ordnung mit Störungs- funktion	47

3. Anwendungen der Differentialgleichungen 1. Ordnung mit Störungsfunktion	49
4. Die Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen 2. Ordnung mit Störungsfunktion	52
5. Anwendung der Differentialgleichung 2. Ordnung	55
6. Die gewöhnliche Differentialgleichung n ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten	64
7. Anhang zu 6.: Zusammenfassung der Eigenschaften der ganzen rationalen Funktionen und ihrer Nullstellen	68
8. Ein System linearer Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten und Störungsfunktion	71
9. Anhang 1 zu 8.: Die Partialbruchzerlegung, ein Rechenhilfsmittel für die Laplace-Transformation	74
10. Anhang 2 zu 8.: Das Cauchysche Integral und die Integration im Komplexen	77
a) Cauchys Integralsatz und die Integralberechnung	77
b) Reihenentwicklung im Komplexen	77
c) Das Residuum und der Residuensatz	79
d) Berechnung eines bestimmten Integrals durch Integration im Komplexen	79
11. Anhang 3 zu 8.: Hauptregeln und Erklärungen aus der Lehre der Determinanten	81
B. Die Besselschen Funktionen in der Theorie der Laplace-Transformation	
1. Die Besselsche Differentialgleichung	84
2. Anhang zu 1.: Wichtige Formeln der elementaren Bessel-Funktionen	91
C. Die Anwendung der Laplace-Transformation auf die partiellen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	93
1. Einleitung und Vorbemerkungen	93
2. Randwertproblem	93
3. Der allgemeine Lösungsweg einer partiellen Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	95
D. Einige Typen partieller Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	98
1. Die partielle Differentialgleichung $U_{xx} - U_t = -\Phi(x, t)$	98
a) Das Problem und die Transformation in den Resultatbereich	98
b) Die Eigenschaften der gewöhnlichen Differentialgleichung $\frac{d^2 u}{dx^2} + \mu \cdot u = \psi(x)$	100
c) Rechenhilfen zur Rücktransformation	102
α) Allgemeine Integralgleichungen vom Faltungstypus	102
β) Einige Hilfsformeln aus der Theorie der Thetafunktion	105
d) Die Rücktransformation der Differentialgleichung aus dem Resultat- in den Originalbereich	108
2. Die Schwingungsgleichung als Beispiel einer hyperbolischen Differentialgleichung	112
a) Allgemeines	112
b) Die homogene Gleichung unter gegebenen Randbedingungen	113
c) Die reine Wellen- oder Schwingungsgleichung $U_{xx} = A \cdot U_{tt}$	115

	Seite
d) Der physikalische Sinn der Lösungsfunktion für die Wellengleichung	116
3. Anhang zu D.: Die verallgemeinerte Schwingungsgleichung und die Greensche Funktion	118
III. Das Umkehrproblem der Laplace-Integrale	122
1. Die Umkehrung der \mathcal{L} -Transformation	122
2. Die Entwicklung der Resultatfunktion in Partialbrüche	124
Formelzusammenstellung für die Laplace-Transformation	129
Laplace-Integrallexikon	132
Schrifttum	140
Sachverzeichnis und Sachlexikon	141