

# Inhaltsverzeichnis

1.	Vektoralgebra . . . . .	10
1.1.	Begriff des Vektors . . . . .	10
1.2.	Multiplikation eines Vektors mit einer Zahl, Addition und Subtraktion von Vektoren . . . . .	12
1.3.	Beispiele . . . . .	14
1.4.	Lineare Abhängigkeit und lineare Unabhängigkeit . . . . .	15
1.5.	Ortsvektoren, Parameterdarstellung einer Geraden . . . . .	16
1.6.	Darstellung von Vektoren in einem räumlichen Koordinatensystem . . . . .	17
1.7.	Skalares Produkt zweier Vektoren . . . . .	18
1.7.1.	Definition des skalaren Produkts . . . . .	18
1.7.2.	Senkrechte Projektion eines Vektors auf einen anderen . . . . .	20
1.7.3.	Skalares Produkt in kartesischen Koordinaten . . . . .	22
1.7.4.	Weitere Anwendungen des skalaren Produkts . . . . .	23
1.8.	Vektorprodukt zweier Vektoren . . . . .	23
1.8.1.	Definition des Vektorprodukts . . . . .	23
1.8.2.	Vektorprodukt in kartesischen Koordinaten . . . . .	24
1.8.3.	Weitere Anwendungen des Vektorprodukts . . . . .	26
1.9.	Mehrfache Produkte . . . . .	27
1.9.1.	Spatprodukt . . . . .	27
1.9.2.	Der Entwicklungssatz, weitere mehrfache Produkte . . . . .	28
2.	Differentiation und Integration von Vektoren . . . . .	30
2.1.	Differentiation von Vektoren . . . . .	30
2.1.1.	Ableitung und Differential eines Vektors . . . . .	30
2.1.2.	Höhere Ableitungen und Reihenentwicklung eines Vektors . . . . .	31
2.1.3.	Rechenregeln für die Differentiation von Vektoren . . . . .	32
2.2.	Geometrische und kinematische Anwendungen . . . . .	33
2.2.1.	Ortsvektor einer Raumkurve. . . . .	33
2.2.2.	Bewegung eines Punktes im Raum . . . . .	36
2.2.3.	Krümmung und Windung einer Raumkurve . . . . .	37
2.2.4.	Flächen in Parameterform . . . . .	39
2.3.	Integration von Vektoren . . . . .	42
2.3.1.	Das Integral $\int_a^b \mathbf{v}(u) du$ . . . . .	42
2.3.2.	Vektorielle Linienintegrale . . . . .	43
2.3.3.	Vektorielle Flächenintegrale . . . . .	45

2.3.4.	Vektorielle Raumintegrale . . . . .	47
2.3.5.	Skalare Integrale . . . . .	48
3.	Feldtheorie . . . . .	50
3.1.	Skalarfelder . . . . .	50
3.1.1.	Niveauflächen, Anstieg, Richtungsableitung . . . . .	50
3.1.2.	Gradient, vollständiges Differential . . . . .	53
3.1.3.	Integralformel von GAUSS . . . . .	54
3.1.4.	Raumintegral eines Gradienten . . . . .	56
3.1.5.	Räumliche Ableitung, Operator $\nabla$ . . . . .	57
3.2.	Vektorfelder . . . . .	59
3.2.1.	Feldlinien, Richtungsableitung . . . . .	59
3.2.2.	Fluß, Divergenz, GAUSSScher Integralsatz . . . . .	62
3.2.3.	Zirkulation, Wirbelmaß . . . . .	65
3.2.4.	Rotation . . . . .	67
3.3.	Wirbelfreie und quellenfreie Felder, Integralsatz von STOKES . . . . .	71
3.3.1.	Wirbelfreie Felder, flächennormale Felder . . . . .	71
3.3.2.	Integralsatz von STOKES . . . . .	75
3.3.3.	Quellenfreie Felder . . . . .	77
3.3.4.	LAPLACESche Felder (quellen- und wirbelfreie Felder) . . . . .	79
3.3.5.	NEWTONSches Potential . . . . .	82
3.4.	Bestimmung des Feldvektors $\boldsymbol{v}$ aus $\operatorname{rot} \boldsymbol{v}$ und $\operatorname{div} \boldsymbol{v}$ . . . . .	88
3.4.1.	Sätze von GREEN, Eindeutigkeit von $\boldsymbol{v}$ . . . . .	88
3.4.2.	Unbegrenztes wirbelfreies Feld . . . . .	90
3.4.3.	Unbegrenztes quellenfreies Feld . . . . .	92
3.4.4.	Allgemeine unbegrenzte Felder . . . . .	95
3.4.5.	Endliche Felder . . . . .	97
3.4.6.	LAPLACESche Felder mit Singularitäten . . . . .	101
3.4.6.1.	Felder mit einzelnen singulären Punkten . . . . .	102
3.4.6.2.	Felder mit linienhaften Singularitäten . . . . .	102
3.4.6.3.	Felder mit flächenhaften Singularitäten . . . . .	104
4.	Potentialtheorie . . . . .	106
4.1.	Die Potentialgleichung . . . . .	106
4.1.1.	Definition und Beispiele . . . . .	106
4.1.2.	Randwertaufgaben der Potentialtheorie . . . . .	109
4.1.3.	Randwertaufgaben für den Kreis . . . . .	113
4.1.4.	Randwertaufgaben für die Kugel . . . . .	124
4.2.	NEWTONSches Potential . . . . .	132
4.2.1.	NEWTONScher Kern . . . . .	132
4.2.2.	NEWTONSches Raumpotential . . . . .	135
4.2.3.	NEWTONSches Potential der einfachen Schicht (NEWTONSches Flächenpotential) . . . . .	138
4.2.4.	NEWTONSches Potential der Doppelschicht . . . . .	142
4.2.5.	Rückführung der Randwertaufgaben auf Integralgleichungen im räumlichen Fall . . . . .	147
4.3.	Logarithmisches Potential . . . . .	152
4.3.1.	Logarithmischer Kern . . . . .	153
4.3.2.	Logarithmisches Flächenpotential . . . . .	155
4.3.3.	Logarithmisches Potential der einfachen Schicht . . . . .	156
4.3.4.	Logarithmisches Potential der Doppelschicht . . . . .	157
4.3.5.	Rückführung der Randwertaufgaben auf Integralgleichungen im ebenen Fall . . . . .	158

---

4.4.	Weitere Eigenschaften harmonischer Funktionen . . . . .	163
4.4.1.	GREENSche Integralsätze . . . . .	163
4.4.2.	Anwendung der GREENSchen Integralsätze auf harmonische Funktionen . . . . .	165
4.4.3.	GREENSche Darstellungsformel . . . . .	170
4.4.4.	GAUSSScher Mittelwertsatz . . . . .	173
4.4.5.	Das Maximumprinzip . . . . .	176
4.4.6.	GREENSche Funktion . . . . .	178
	Literaturverzeichnis . . . . .	183
	Sachwortverzeichnis . . . . .	184