

## Inhalt

<b>1. Potentiale in belegungsfreien Aufpunkten</b> . . . . .	13
1.1. Ladung und skalares Potential . . . . .	13
1.1.1. Das Newtonsche und Coulombsche Gesetz . . . . .	13
1.1.2. Skalares Potential und potentielle Energie . . . . .	15
1.1.3. Harmonizität von Potential und Feldstärke . . . . .	16
1.1.4. Ergiebigkeit und Zirkulation, insbesondere für das Feld einer Punkt- ladung . . . . .	17
1.1.5. Endlich viele Punktladungen . . . . .	19
1.1.6. Linienhafte Ladungsverteilungen . . . . .	23
1.1.7. Flächenhafte Ladungsverteilungen . . . . .	26
1.1.8. Volumenhafte Ladungsverteilungen . . . . .	28
1.2. Strom und Vektorpotential . . . . .	31
1.2.1. Das Biot-Savartsche Gesetz . . . . .	31
1.2.2. Ableitung aus einem Vektorpotential und Folgerungen . . . . .	32
1.2.3. Ergiebigkeit und Zirkulation für das Feld eines Linienstromes . . . . .	33
1.2.4. Das Feld eines Kreisstromes . . . . .	36
1.2.5. Endlich viele Linienströme . . . . .	38
1.2.6. Flächenhafte Stromverteilungen . . . . .	40
1.2.7. Volumenhafte Stromverteilungen . . . . .	43
1.3. Dipol und Dipolpotentiale . . . . .	45
1.3.1. Punktförmige Dipole . . . . .	45
1.3.2. Linienhafte Dipolverteilungen . . . . .	49
1.3.3. Eine äquivalente Definition des skalaren Dipolpotentials . . . . .	51
1.3.4. Flächenhafte Dipolverteilungen . . . . .	52
1.3.5. Eine äquivalente Definition des vektoriellen Dipolpotentials . . . . .	57
1.3.6. Volumenhafte Dipolverteilungen . . . . .	57
1.3.7. Kraft und Drehmoment auf einen Dipol . . . . .	59
Aufgaben . . . . .	61
<b>2. Potentiale in beliebigen Aufpunkten</b> . . . . .	63
2.1. Hilfsmittel aus Differentialgeometrie, Vektor- und Tensoranalysis . . . . .	64
2.1.1. Flächenstück und Fläche . . . . .	64
2.1.2. Sätze für stetig gekrümmte Flächen . . . . .	67
2.1.3. Flächenvektoren und Vektoranalysis auf der Fläche . . . . .	72
2.1.4. Vektoranalysis in allgemeinen räumlichen Koordinaten . . . . .	75
2.1.5. Flächenpolarkoordinaten . . . . .	76
2.2. Erweiterung des Potentialbegriffs durch uneigentliche Integrale . . . . .	80
2.2.1. Uneigentliche Flächenintegrale . . . . .	80

2.2.2. Stetigkeit des Flächenpotentials . . . . .	83
2.2.3. Uneigentliche räumliche Gebietsintegrale . . . . .	85
2.2.4. Stetige Differenzierbarkeit des Volumenpotentials . . . . .	89
2.2.5. Strombelegung des $\mathbb{R}^3$ . . . . .	93
2.3. Darstellung beliebiger Größen durch Potentiale . . . . .	95
2.3.1. Integralformel für skalare Felder . . . . .	96
2.3.2. Der Fundamentalsatz der Vektoranalysis . . . . .	97
2.3.3. Einige Bemerkungen zu den Integralformeln . . . . .	100
2.4. Grenzbeziehungen und Unstetigkeitseigenschaften . . . . .	102
2.4.1. Der analytische Charakter der Potentiale . . . . .	102
2.4.2. Poissonsche Differentialgleichung und analytisches Cauchy-Problem. Die Sätze von Morrey-Nirenberg . . . . .	106
2.4.3. Einige Hilfssätze . . . . .	110
2.4.4. Grenzbeziehungen für Potentiale einfacher Flächenbelegungen . . . . .	115
2.4.5. Grenzbeziehungen für Potentiale doppelter Flächenbelegungen . . . . .	119
2.4.6. Analytizität der Volumenpotentiale. Berechnung der zweiten Ablei- tungen . . . . .	122
2.4.7. Folgerungen für die Felder von Stromverteilungen . . . . .	125
2.4.8. Verzweigungen des Feldstärkenbegriffs bei räumlichen Dipolbe- legungen . . . . .	130
2.4.9. Praktische Behandlung der singulären Integrale . . . . .	136
Aufgaben . . . . .	139
<b>3. Harmonische Funktionen und harmonische Vektorfelder . . . . .</b>	<b>144</b>
3.1. Integralformeln und Folgerungen . . . . .	145
3.1.1. Die Integralformeln von Green und Cauchy . . . . .	145
3.1.2. Verhalten im Unendlichen . . . . .	147
3.1.3. Die Mittelwertsätze . . . . .	151
3.1.4. Beschränkte Funktionen. Hebung isolierter Singularitäten . . . . .	154
3.1.5. Maximum- und Minimumprinzip . . . . .	157
3.1.6. Das Poissonsche Integral . . . . .	164
3.2. Kugelfunktionen und Legendresche Polynome . . . . .	168
3.2.1. Die allgemeine Kugelfunktion $n^{\text{ter}}$ Ordnung . . . . .	168
3.2.2. Kugelflächenfunktionen . . . . .	170
3.2.3. Zonale Kugelfunktionen . . . . .	171
3.2.4. Auflösung der Legendreschen Differentialgleichung . . . . .	172
3.2.5. Summenfreie Darstellung und Folgerungen . . . . .	174
3.2.6. Integralbeziehungen . . . . .	176
3.2.7. Erzeugung der Kugelfunktionen durch Legendresche Polynome . . . . .	180
3.3. Entwicklungen nach harmonischen Funktionen . . . . .	181
3.3.1. Gleichmäßig konvergente harmonische Funktionenfolgen und Harnackscher Satz . . . . .	181
3.3.2. Entwicklung von Funktionen auf einer Kugel . . . . .	185
3.3.3. Entwicklung harmonischer Funktionen nach Kugelfunktionen . . . . .	186
3.3.4. Entwicklung des reziproken Abstandes und Anwendungen . . . . .	190
3.3.5. Zusammenhang mit der Taylorschen Reihe . . . . .	196
Aufgaben . . . . .	198

<b>4. Die Differentialgleichungsprobleme der Potentialtheorie</b> . . . . .	<b>203</b>
4.1. Das Robinsche Problem . . . . .	204
4.1.1. Ladungsverteilungen im Gleichgewicht . . . . .	204
4.1.2. Die Integralgleichung des Robinschen Problems . . . . .	206
4.1.3. Existenz und Eindeutigkeit für das Robinsche Problem . . . . .	210
4.2. Das Dirichletsche Problem . . . . .	211
4.2.1. Dirichletsche Vektorfelder und Dirichletsche Basis . . . . .	212
4.2.2. Der Kapazitätstensor . . . . .	214
4.2.3. Kapazität eines Kondensators . . . . .	217
4.2.4. Das skalare (klassische) Dirichletsche Problem . . . . .	218
4.2.5. Das vektorielle Dirichletsche Problem . . . . .	221
4.3. Das Neumannsche Problem . . . . .	226
4.3.1. Das skalare (klassische) Neumannsche Problem . . . . .	226
4.3.2. Neumannsche Vektorfelder und Neumannsche Basis . . . . .	229
4.3.3. Der Induktionstensor . . . . .	231
4.3.4. Stromverteilungen im Gleichgewicht . . . . .	234
4.3.5. Induktivität einer Spule . . . . .	238
4.3.6. Das vektorielle Neumannsche Problem . . . . .	240
4.4. Ableitung gegebener Vektorfelder aus Potentialen . . . . .	241
4.4.1. Ableitung aus einem skalaren Potential . . . . .	242
4.4.2. Ableitung aus einem Vektorpotential . . . . .	244
4.5. Inhomogene Differentialgleichungen . . . . .	246
4.5.1. Partikuläre Lösungen . . . . .	247
4.5.2. Randwertprobleme für die Poissonsche Differentialgleichung . . . . .	249
4.5.3. Vektorfelder mit vorgeschriebener Divergenz und Rotation . . . . .	250
4.5.4. Ein kombiniertes Problem . . . . .	252
Aufgaben . . . . .	254
<b>Namen- und Sachverzeichnis</b> . . . . .	<b>262</b>