

Inhaltsverzeichnis.

I. Abschnitt.

Kugelfunktionen mit ganzzahligen Zeigern.

§ 1. Räumliche Kugelfunktionen.

	Seite
1. Potentialfunktionen. Laplacesche Differentialgleichung. Randwertaufgaben	1
2. Dreifach orthogonale Flächensysteme	2
3. Divergenz	4
4. Gradient	6
5. Rotation	7
6. Räumliche Kugelfunktionen	9
7. Ganze rationale räumliche Kugelfunktionen	11
8. Kugelflächenfunktionen	12

§ 2. Zonale Kugelfunktionen.

9. Zonale Kugelfunktionen	13
10. Legendresche Polynome. Entwicklung der reziproken Entfernung zweier Punkte	14
11. Entwicklung in eine Fouriersche Reihe	15
12. Rekursionsformeln	16
13. Berechnung der Koeffizienten	17
14. Integraldarstellung von Laurent. Formel von Rodrigues	19
15. Integraldarstellungen von Laplace und Jacobi	20
16. Integraldarstellungen von Mehler und Dirichlet	22
17. Nullstellen	24

§ 3. Zugeordnete Kugelfunktionen.

18. Zugeordnete Legendresche Funktionen	25
19. Integraldarstellung der zugeordneten Legendreschen Funktionen	26
20. Zusammenhang mit den Besselschen Funktionen	27
21. Integraleigenschaften	29
22. Normierte orthogonale Polynome	31

§ 4. Reihenentwicklungen nach Legendreschen Polynomen.

	Seite
23. Zweiter Mittelwertsatz der Integralrechnung	33
24. Asymptotische Abschätzungen	34
25. Entwicklung nach Legendreschen Polynomen	36
26. Untersuchung der Endpunkte	38
27. Untersuchung der Unendlichkeitsstellen	39
28. Untersuchung der Stetigkeitsintervalle	40
29. Untersuchung der Umgebung des Punktes x	41
30. Konvergenz der Entwicklung	45
31. Entwicklung von ξ^n nach Legendreschen Polynomen	45

§ 5. Legendresche Funktionen zweiter Art.

32. Legendresche Funktionen zweiter Art	47
33. Reihenentwicklung im Unendlichen	50
34. Integraldarstellungen von Schläfli und Heine	52
35. Zusammenhang zwischen den Legendreschen Funktionen erster und zweiter Art	53
36. Rekursionsformeln	54
37. Bestimmung des Polynomrestes W_{n-1}	55
38. Asymptotische Abschätzung der Legendreschen Funktionen zweiter Art	57
39. Asymptotische Abschätzung der Legendreschen Funktionen erster Art	59
40. Zusammenhang mit den Kettenbrüchen	61
41. Näherungsweise Berechnung bestimmter Integrale	63
42. Fehlerabschätzung	66
43. Zugeordnete Legendresche Funktionen zweiter Art	68
44. Unendliche Produkte	69
45. Die Legendreschen Polynome als Eigenfunktionen	69
46. Die zugeordneten Legendreschen Funktionen als Eigenfunktionen	71

§ 6. Kugelflächenfunktionen.

47. Laplacesche Kugelfunktionen	72
48. Additionstheorem	74
49. Integraleigenschaften	76
50. Entwicklung von Hobson	77
51. Pole der Kugelfunktionen	80
52. Pole der tesseraleen Kugelfunktionen	83

§ 7. Reihenentwicklungen nach Laplaceschen Kugelfunktionen.

53. Reihenentwicklungen nach Laplaceschen Kugelfunktionen	85
54. Grenzwert der Teilsummen	86
55. Bestimmung des Grenzwertes	88
56. Eigenschaften der zu entwickelnden Funktion	89
57. Abelsche Reihenumformung	90
58. Erste Randwertaufgabe für die Kugel	92
59. Zweite Randwertaufgabe für die Kugel	94
60. Dritte Randwertaufgabe für die Kugel	95

II. Abschnitt.

Kugelfunktionen mit beliebigen Zeigern.

§ 1. Gammafunktion.

	Seite
1. Produktdarstellung des Sinus	97
2. Integraldarstellungen der Gammafunktion	99
3. Produktdarstellung der Gammafunktion	101
4. Funktionalgleichungen	103
5. Asymptotische Darstellung der Gammafunktion	104
6. Abschätzung des Restgliedes	108
7. Betafunktion	111

§ 2. Hypergeometrische Differentialgleichung.

8. Hypergeometrische Reihe	114
9. Konvergenz der hypergeometrischen Reihe	115
10. Integraldarstellung der hypergeometrischen Funktionen	117
11. Berechnung von $F(a, b, c, 1)$	118
12. Umformungen der hypergeometrischen Reihe	120
13. Kugelfunktionen als hypergeometrische Reihen	123
14. Umformung der Differentialgleichung der Kugelfunktionen	125

§ 3. Kugelfunktionen mit beliebigen Zeigern.

15. Doppelumlauf	127
16. Berechnung der Integrale	128
17. Definition von $\mathfrak{P}_\nu^\mu(z)$ für beliebige Zeiger	131
18. Einfacher Umlauf	133
19. Definition von $\mathfrak{Q}_\nu^\mu(z)$ für beliebige Zeiger	135
20. Neuer Doppelumlauf	137
21. Beziehungen zwischen den Integralen längs der drei Wege	139
22. Beziehungen zwischen $\mathfrak{P}_\nu^\mu(z)$ und $\mathfrak{Q}_\nu^\mu(z)$	140
23. Definition von $\mathfrak{P}_\nu^\mu(z)$ und $\mathfrak{Q}_\nu^\mu(z)$ für $-1 < z < +1$	142
24. Linear unabhängige Lösungen	143
25. Reihenentwicklungen für $\mathfrak{P}_\nu^\mu(z)$	145
26. Integraldarstellung von $\mathfrak{Q}_\nu^\mu(z)$	147
27. Umformung des Integrals	149
28. Verallgemeinerung der Integraldarstellung von Heine	151
29. Integraldarstellung von $\mathfrak{P}_\nu^\mu(z)$	152
30. Umformung des Integrals	155
31. Verallgemeinerung der Integraldarstellungen von Laplace und Jacobi	157
32. Integraldarstellungen von $\mathfrak{P}_\nu^m(z)$ bei ganzzahligem m	159
33. Verallgemeinerung der Integraldarstellungen von Mehler	161
34. Rekursionsformeln für $\mathfrak{P}_\nu^\mu(z)$ und $\mathfrak{Q}_\nu^\mu(z)$	165

§ 4. Asymptotische Entwicklungen.

	Seite
35. Eine Hilfsformel	167
36. Asymptotische Entwicklung der Kugelfunktionen	168
37. Abschätzung des Restgliedes	171
38. Integraldarstellung für $P_\nu(z)$	175
39. Umformung der Darstellung	178
40. Sattelpunktverfahren	179
41. Gleichung des Integrationsweges	181
42. Eigenschaften der Kurve	182
43. Gestalt der Kurve	185
44. Berechnung des Integrals I_2	186
45. Analytische Fortsetzung von I_2	191
46. Berechnung des Integrals I_1	193
47. Asymptotische Darstellung von $P_\nu(z)$ bei komplexem Zeiger	195

§ 5. Additionstheorem.

48. Eine linear gebrochene Substitution	197
49. Integraldarstellung von $P_\nu^m(z)$ und $Q_\nu^m(z)$ bei ganzzahligem m	199
50. Eine Laurentsche Reihenentwicklung	201
51. Additionstheorem für $P_\nu(z)$	202
52. Konvergenzgebiet	205
53. Additionstheorem für $Q_\nu(z)$	207
54. Analytische Fortsetzung der Formel	209
55. Additionstheorem für $P_\nu(z)$ und $Q_\nu(z)$ bei $-1 < z < +1$	211

III. Abschnitt.

Anwendungen der Kugelfunktionen.

§ 1. Gleichgewichtsfiguren rotierender Flüssigkeitsmassen,
Anziehung der Sphäroide.

1. Sphäroid	214
2. Potential eines Sphäroids in einem äußeren Punkt	215
3. Gleichgewichtsbedingung an der Oberfläche bei Isostasie	216
4. Schwerebeschleunigung auf dem rotierenden Sphäroid	218
5. Trägheitsmomente des Sphäroids	219
6. Potential eines Sphäroids in einem inneren Punkt	221
7. Gleichgewichtsbedingung im Innern bei Isostasie	223

§ 2. Erdmagnetismus, Entwicklung einer durch Beobachtungen gegebenen
Funktion nach Kugelfunktionen.

8. Magnetische Massen innerhalb der Erde	226
9. Magnetische Massen außerhalb der Erde	229
10. Entwicklung einer durch Beobachtungen gegebenen Funktion nach Laplace- schen Kugelfunktionen. Hilfsformeln	230

	Seite
11. Berechnung der Koeffizienten	232
12. Hilfssatz über Kugelfunktionen	235
13. Hilfssatz aus der Algebra	236
14. Entwicklung einer durch Beobachtungen gegebenen Funktion nach Legendreschen Polynomen	239

§ 3. Dreifach orthogonale Flächensysteme, besondere Lösungen der Laplaceschen Differentialgleichung.

15. Besondere krummlinige Koordinaten	243
16. Verlängertes Drehellipsoid	245
17. Abgeplattetes Drehellipsoid	247
18. Orthogonale Kreishüschel	250
19. Ringkoordinaten	252
20. Ringfunktionen im Äußern des Ringes	255
21. Ringfunktionen im Innern des Ringes	256
22. Kegelfunktionen	261
23. Dipolare Koordinaten	262
24. Spiegelung an der Kugel.	263

§ 4. Elektromagnetische Schwingungen.

25. Feldgleichungen	265
26. Lösung der Feldgleichungen	266
27. Schwingungen einer Antenne	268
28. Elektrischer Oszillator	269
29. Primäre und sekundäre Erregung	271
30. Grenzbedingungen	272
31. Ausbreitung der Wellen auf der Erdoberfläche	273
32. Zurückführung auf ein komplexes Integral.	274
33. Berechnung des komplexen Integrals	277

§ 5. Höhere Kugelfunktionen.

34. Anziehungsgesetz im mehrdimensionalen Raum	279
35. Entwicklung einer Potenz der reziproken Entfernung nach höheren Kugelfunktionen	281
36. Rekursionsformeln	282
37. Berechnung der höheren Kugelfunktionen	284
38. Differentialgleichung der höheren Kugelfunktionen	285
39. Integraldarstellung	288
40. Integraleigenschaften	290
Namen- und Sachverzeichnis	292