

Inhaltsverzeichnis.

| | Seite |
|---|-------|
| Einleitung | 1 |
| Erstes Kapitel. | |
| Grundbegriffe. | |
| § 1. Differenzen und Mittelwerte | 3 |
| § 2. Steigungen | 8 |
| § 3. Die Newtonsche und die Lagrangesche Interpolationsformel | 10 |
| Zweites Kapitel. | |
| Die Bernoullischen und Eulerschen Polynome. | |
| § 1. Die Bernoullischen Zahlen und Polynome | 17 |
| § 2. Die Eulerschen Zahlen und Polynome | 23 |
| § 3. Die Euler-Maclaurinsche und die Boolesche Summenformel | 29 |
| Drittes Kapitel. | |
| Die Summe einer gegebenen Funktion. | |
| § 1. Geschichtliche Bemerkungen | 38 |
| § 2. Definition der Hauptlösungen | 40 |
| § 3. Einige bemerkenswerte Eigenschaften der Hauptlösungen | 44 |
| § 4. Existenzbeweis für die Summe und Wechselsumme | 47 |
| § 5. Die Ableitungen der Hauptlösungen | 54 |
| § 6. Asymptotische Entwicklungen | 56 |
| § 7. Trigonometrische Reihen | 61 |
| Viertes Kapitel. | |
| Die Hauptlösungen im komplexen Gebiet. | |
| § 1. Anwendung des Cauchyschen Integralsatzes | 69 |
| § 2. Verallgemeinerungen. Wachstum und Summierbarkeit der Hauptlösungen | 76 |
| § 3. Analytische Fortsetzung der Hauptlösungen | 81 |
| § 4. Asymptotische Reihen. Nähere Untersuchung der Stelle $\omega = 0$ | 94 |
| Fünftes Kapitel. | |
| Die Gammafunktion und verwandte Funktionen. | |
| § 1. Die Funktionen $\Psi(x)$ und $g(x)$ | 99 |
| § 2. Die Gammafunktion | 109 |
| § 3. Die Funktion $\gamma(x)$ | 115 |

Sechstes Kapitel.

Die höheren Bernoullischen und Eulerschen Polynome.

| | |
|--|-----|
| § 1. Die Eulerschen Polynome höherer Ordnung | 120 |
| § 2. Die Bernoullischen Polynome höherer Ordnung | 129 |
| § 3. Bernoullische und Eulersche Polynome von negativer Ordnung | 138 |
| § 4. Ausdruck von Differenzen und Mittelwerten durch Ableitungen. Erzeugende Funktionen der Bernoullischen und Eulerschen Polynome | 142 |
| § 5. Zusammenfallende Spannen | 144 |
| § 6. Verallgemeinerungen der Booleschen und der Euler-Maclaurinschen Summenformel | 151 |

Siebentes Kapitel.

Mehrfache Summen.

| | |
|--|-----|
| § 1. Existenzbeweis für die Hauptlösungen | 163 |
| § 2. Asymptotische Entwicklungen | 169 |
| § 3. Die Ableitungen der Hauptlösungen | 177 |
| § 4. Multiplikationstheoreme und Spannenintegrale | 179 |
| § 5. Vertauschungsformeln für die Operationen Δ , ∇ und \S | 184 |
| § 6. Summen mit gleichen Spannen | 188 |
| § 7. Partielle Summation | 193 |

Achstes Kapitel.

Interpolationsreihen.

| | |
|---|-----|
| § 1. Interpolationsformeln | 198 |
| § 2. Die Problemstellung der Theorie der Interpolationsreihen | 203 |
| § 3. Die Stirlingsche Reihe | 208 |
| § 4. Die Reihen von Gauß und Bessel | 219 |
| § 5. Die Newtonsche Reihe | 222 |
| § 6. Analytische Fortsetzung der durch eine Newtonsche Reihe definierten Funktion | 233 |
| § 7. Numerische Differentiation und Integration | 240 |
| § 8. Anwendung der Interpolationsreihen auf das Summationsproblem | 247 |

Neuntes Kapitel.

Fakultätenreihen.

| | |
|---|-----|
| § 1. Die Fakultätenreihe in der Konvergenzhalbebene. Integraldarstellungen | 257 |
| § 2. Analytische Fortsetzung der durch eine Fakultätenreihe definierten Funktion | 262 |
| § 3. Darstellbarkeit von Funktionen durch Fakultätenreihen. Zusammenhang mit divergenten Potenzreihen | 266 |
| § 4. Entwicklung der Lösungen von Differenzgleichungen in Fakultätenreihen | 268 |

Zehntes Kapitel.

Allgemeines über homogene lineare Differenzgleichungen.

| | |
|--|-----|
| § 1. Existenz der Lösungen einer homogenen linearen Differenzgleichung | 273 |
| § 2. Der Satz von Hölder | 283 |
| § 3. Multiplikatoren und adjungierte Differenzgleichung | 287 |
| § 4. Reduktion der Ordnung bei Kenntnis partikulärer Lösungen | 289 |
| § 5. Gleichungen mit konstanten Koeffizienten | 295 |
| § 6. Der Satz von Poincaré | 300 |

Elftes Kapitel.

Homogene lineare Differenzgleichungen mit rationalen Koeffizienten.

| | |
|--|-----|
| § 1. Den Fuchsschen Differentialgleichungen analoge Differenzgleichungen | 315 |
| § 2. Normale Differenzgleichungen | 323 |
| § 3. Die linearen Relationen zwischen den kanonischen Lösungssystemen | 331 |
| § 4. Verhalten der kanonischen Lösungen bei Annäherung an den unendlich fernen Punkt | 337 |
| § 5. Andere als normale Differenzgleichungen | 339 |
| § 6. Auflösung einiger spezieller Differenzgleichungen | 343 |

Zwölftes Kapitel.

Homogene lineare Differenzgleichungen, deren Koeffizienten sich mit Hilfe von Fakultätenreihen ausdrücken lassen.

| | |
|---|-----|
| § 1. Aufstellung einer der Differenzgleichung formal genügenden Fakultätenreihe | 354 |
| § 2. Konvergenzbeweis für die gefundene Entwicklung | 358 |
| § 3. Asymptotische Eigenschaften der kanonischen Lösungen | 365 |
| § 4. Analytische Fortsetzung der kanonischen Lösungen | 366 |
| § 5. Differenzgleichungen mit vorgeschriebenem Fundamentalsystem | 368 |
| § 6. Im Unendlichen reguläre Koeffizienten | 370 |
| § 7. Beispiele | 375 |

Dreizehntes Kapitel.

Die Untersuchungen von Birkhoff.

| | |
|--|-----|
| § 1. Die symbolischen Matrixlösungen | 379 |
| § 2. Die Hauptmatrixlösungen | 381 |
| § 3. Das Riemannsche Problem | 384 |

Vierzehntes Kapitel.

Vollständige lineare Differenzgleichungen.

| | |
|--|-----|
| § 1. Die Methode von Lagrange. Einiges über die unvollständige Gammafunktion | 388 |
| § 2. Gleichungen mit konstanten Koeffizienten | 396 |
| § 3. Die Hilbschen Untersuchungen | 406 |

Fünfzehntes Kapitel.

Reziproke Differenzen und Kettenbrüche.

| | |
|---|-----|
| § 1. Reziproke Differenzen. Die Thielesche Interpolationsformel | 415 |
| § 2. Reziproke Ableitungen | 426 |
| § 3. Das Restglied der Thieleschen Interpolationsformel. Integraldarstellungen der reziproken Differenzen | 433 |
| § 4. Auflösung homogener linearer Differenzen- und Differentialgleichungen 2. Ordnung durch Kettenbrüche | 438 |
| § 5. Beispiele | 450 |
| Tafeln | 456 |
| Literaturverzeichnis | 464 |
| Namen- und Sachverzeichnis | 532 |