

# Inhaltsverzeichnis

<b>E.</b>	<b>Einführung</b>	<b>13</b>
E.1.	Ordnung und Selbstorganisation	13
E.2.	Selbsterregte Schwingungen einer gestrichenen Saite	15
E.3.	Dissipative Strukturen	19
<b>1.</b>	<b>Deterministische dynamische Systeme</b>	<b>24</b>
1.1.	Phasenfluß	24
1.2.	Gewöhnliche Differentialgleichungen	25
1.2.1.	Lösung einer Differentialgleichung	25
1.2.2.	Existenz und Eindeutigkeit	28
1.2.3.	Fortsetzbarkeit	30
1.3.	Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	31
1.3.1.	Allgemeine Lösung von $\dot{x} = Ax$	31
1.3.2.	Berechnung von $e^{tA}$	33
1.3.3.	Topologische Typen linearer Flüsse	38
1.4.	Stabilität von Fixpunkten	41
1.4.1.	Methode der Linearisierung	43
1.4.2.	Methode der Ljapunow-Funktion	48
1.5.	Grenzmengen und Attraktoren	52
1.6.	Zeitdiskrete Systeme (iterierte Abbildungen)	58
1.7.	Strukturelle Stabilität	65
<b>2.</b>	<b>Systeme mit einem Freiheitsgrad</b>	<b>68</b>
2.1.	Allgemeine Eigenschaften	68
2.2.	Weitere Beispiele	70
<b>3.</b>	<b>Systeme mit zwei Freiheitsgraden</b>	<b>75</b>
3.1.	Multistabilität	75
3.2.	Grenzzyklen. Satz von Poincaré	81
3.3.	Wiederkehrabbildung	84
3.4.	Van der Polsche Differentialgleichung	87
3.5.	Mittelungsverfahren	92
3.6.	Weitere Beispiele	95
3.7.	Poincaré-Index	100
<b>4.</b>	<b>Systeme mit mehr als zwei Freiheitsgraden</b>	<b>103</b>
4.1.	Invariante Tori	103
4.2.	Elimination schneller Variabler	105
4.3.	Selektion und Evolution	108

<b>5.</b>	<b>Chaotische Attraktoren</b>	<b>112</b>
5.1.	Chaos in zeitdiskreten Systemen	112
5.1.1.	Stückweise lineare Abbildungen	113
5.1.2.	Parabel-Abbildung	117
5.1.3.	Hénon-Abbildung	128
5.2.	Chaos bei Differentialgleichungen	129
5.2.1.	Lorenz-Attraktor	130
5.2.2.	Ergänzungen	136
5.3.	$\omega$ -Grenzmengen und invariante Verteilungen	138
5.4.	Eigenschaften chaotischer Attraktoren	143
5.4.1.	Ljapunow-Exponenten	143
5.4.2.	Weitere Eigenschaften	150
<b>6.</b>	<b>Bifurkationstheorie</b>	<b>155</b>
6.1.	Zentrale Mannigfaltigkeit	155
6.2.	Bifurkationen von Fixpunkten einparametrischer Differentialgleichungen	158
6.3.	Bifurkationen von Fixpunkten einparametrischer Abbildungen	168
<b>7.</b>	<b>Katastrophentheorie</b>	<b>171</b>
7.1.	Einführung	171
7.2.	Falten und Spitzen	176
7.3.	Elementare Katastrophen	178
<b>8.</b>	<b>Reaktions-Diffusions-Systeme</b>	<b>183</b>
8.1.	Grundgleichung	183
8.2.	Fixpunkte und deren Stabilität	184
8.3.	Kubische Nichtlinearität und Diffusion	187
8.4.	Brüsselator mit Diffusion	193
<b>9.</b>	<b>Stochastische dynamische Systeme</b>	<b>199</b>
9.1.	Wahrscheinlichkeitstheoretische Grundbegriffe	199
9.2.	Stochastische Prozesse	205
9.3.	Markow-Prozesse	207
<b>10.</b>	<b>Stochastische Differentialgleichungen</b>	<b>216</b>
10.1.	Additives weißes Rauschen	216
10.1.1.	Modell und Lösungsbegriff	216
10.1.2.	Markow-Eigenschaft. Invariante Verteilung	218
10.1.3.	Beispiele	223
10.2.	Multiplikatives weißes Rauschen	228
10.2.1.	Lösung einer stochastischen Differentialgleichung	228
10.2.2.	Markow-Eigenschaft. Randverhalten. Invariante Verteilung	231
10.2.3.	Rauschinduzierte Übergänge	235
10.3.	Farbiges Rauschen	238
<b>11.</b>	<b>Geburts- und Todesprozesse</b>	<b>242</b>
11.1.	Modell und Grundgleichungen	242
11.2.	Invariante Verteilung	246

---

<b>12.</b>	<b>Zeitdiskrete Systeme mit Rauschen . . . . .</b>	<b>252</b>
<b>13.</b>	<b>Stochastische partielle Differentialgleichungen . . . . .</b>	<b>255</b>
13.1.	Modell und Lösungsbegriff . . . . .	255
13.2.	Markow-Charakter und invariante Verteilung . . . . .	258
13.3.	Wahrscheinlichste Zustände und Tunnelverhalten . . . . .	262
<b>A.</b>	<b>Anhang . . . . .</b>	<b>266</b>
A.1.	Mathematische Modellbildung . . . . .	266
A.2.	Einzelwissenschaftliche Ergänzungen . . . . .	268
A.2.1.	Mechanische Systeme . . . . .	268
A.2.2.	Elektrische Systeme . . . . .	269
A.2.3.	Chemische Systeme . . . . .	272
A.2.4.	Biologische Systeme . . . . .	276
A.3.	Thermodynamische Grundlagen . . . . .	280
A.3.1.	Systeme im thermodynamischen Gleichgewicht . . . . .	280
A.3.2.	Nichtgleichgewichtssysteme. . . . .	284
A.3.3.	Thermodynamische Stabilitätstheorie . . . . .	290
A.4.	Synergetik . . . . .	296
	<b>Lösungen der Aufgaben . . . . .</b>	<b>301</b>
	<b>Weiterführende Literatur . . . . .</b>	<b>325</b>
	<b>Abbildungsnachweis . . . . .</b>	<b>329</b>
	<b>Sachverzeichnis . . . . .</b>	<b>330</b>