

# Inhaltsverzeichnis

## I. THEORIE DER LINEAREN OPERATOREN

<b>1.</b>	<b>Spektraltheorie in Banachräumen</b> . . . . .	13
1.1.	Banachalgebren . . . . .	13
1.2.	Reguläre Elemente . . . . .	17
1.3.	Resolvente und Spektrum . . . . .	22
1.4.	Holomorphe Funktionen mit Werten in einer Banachalgebra. Der Spektralradius . . . . .	26
1.5.	Pole der Resolvente und des lösenden Elements . . . . .	32
1.6.	Pseudoinverse Elemente . . . . .	40
1.7.	Algebren mit Involution . . . . .	43
<b>2.</b>	<b>Grundlagen der Theorie der linearen Operatoren</b> . . . . .	47
2.1.	Definitionen und Bezeichnungen . . . . .	47
2.2.	Die Algebra der beschränkten Operatoren. Der Dualraum . . . . .	50
2.3.	Invertierbare Operatoren . . . . .	55
2.4.	Projektoren und Komplementärräume . . . . .	60
2.5.	Die verallgemeinerten Inversen . . . . .	65
2.5.1.	Die algebraischen verallgemeinerten Inversen . . . . .	65
2.5.2.	Die topologischen verallgemeinerten Inversen . . . . .	70
2.6.	Homomorphismen . . . . .	74
2.7.	Duale Operatoren . . . . .	76
2.8.	Fredholmoperatoren. Der allgemeine Alternativsatz . . . . .	81
2.9.	Vollstetige Operatoren . . . . .	86
2.10.	Produkt und Summe von Fredholmoperatoren . . . . .	89
2.11.	Das Spektrum von Operatoren . . . . .	98
2.12.	Dualsysteme und transponierte Operatoren . . . . .	103
2.13.	Der Fredholmsche Alternativsatz . . . . .	107
<b>3.</b>	<b>Beschränkte Operatoren im Hilbertraum</b> . . . . .	111
3.1.	Einige Grundlagen . . . . .	111
3.1.1.	Allgemeine Eigenschaften des Hilbertraumes . . . . .	111
3.1.2.	Adjungierte Operatoren im Hilbertraum . . . . .	115
3.2.	Normale Operatoren im Hilbertraum . . . . .	118
3.3.	Selbstadjungierte Operatoren im Hilbertraum . . . . .	126
3.3.1.	Allgemeine Eigenschaften selbstadjungierter Operatoren . . . . .	126
3.3.2.	Das Courantsche Variationsprinzip . . . . .	133
3.4.	Die Schmidtschen Eigenwerte und Eigelemente . . . . .	139
3.4.1.	Reihenentwicklungen nach Schmidtschen Systemen . . . . .	139
3.4.2.	Der Weyl-Changsche Vergleichungssatz . . . . .	141

3.5.	Die Hilbert-Schmidtschen Operatoren . . . . .	147
3.6.	Die verallgemeinerten Schmidtschen Eigenelemente . . . . .	150
3.7.	Eine Charakterisierung linearer beschränkter Operatoren . . . . .	157
3.8.	Matrizendarstellung von Operatoren im Hilbertraum . . . . .	164
3.8.1.	Matrizendarstellung und vollstetige Bilinearform . . . . .	164
3.8.2.	Matrizendarstellung von hermiteschen beschränkten Operatoren . . . . .	172
3.8.3.	Weitere Sätze über Bilinearformen . . . . .	176
3.9.	Spektraldarstellung linearer Operatoren . . . . .	179
3.9.1.	Funktionen von selbstadjungierten beschränkten Operatoren. Die Spektraldarstellung . . . . .	179
3.9.2.	Das Spektrum einer Diagonalmatrix . . . . .	184
3.9.3.	Spektraldarstellung einer endlichen Jacobischen Matrix . . . . .	186
3.9.4.	Spektraldarstellung einer unendlichen Jacobischen Matrix mit einem Bestandteil . . . . .	189
3.9.5.	Eigenschaften der Spektralmatrix . . . . .	196
3.9.6.	Spektraldarstellung einer beliebigen unendlichen Jacobischen Matrix . . . . .	201
3.10.	Symmetrisierbare Operatoren . . . . .	206
3.11.	Von einem Parameter analytisch abhängige Operatoren . . . . .	210
3.12.	Eigenwert- und Eigenelementbestimmung mittels des Newtonschen Iterationsverfahrens . . . . .	215
3.13.	Über die extremale Lösung von Gleichungen . . . . .	221
<b>4.</b>	<b>Integraloperatoren . . . . .</b>	<b>229</b>
4.1.	Maße und Integrale . . . . .	229
4.1.1.	Maße . . . . .	229
4.1.2.	Integrale . . . . .	235
4.1.3.	Das Kurzweil-Perronsche Integral . . . . .	240
4.2.	Integraloperatoren im Raum der stetigen Funktionen . . . . .	243
4.2.1.	Transponierte und endlichdimensionale Integraloperatoren im Raum der stetigen Funktionen . . . . .	249
4.3.	Integraloperatoren mit Diagonalkernen . . . . .	255
4.3.1.	Faltung von Diagonalkernen . . . . .	261
4.3.2.	Der Levi-Operator . . . . .	269
4.3.3.	Faltung von speziellen Levi-Operatoren . . . . .	276
4.4.	Integraloperatoren mit Hadamard-Integralen . . . . .	281
4.5.	Integraloperatoren in $L^p$ -Räumen . . . . .	286
4.5.1.	Integraloperatoren in $\mathfrak{B}(L^p, L^q)$ . . . . .	286
4.5.2.	Kompakte Integraloperatoren in $\mathfrak{B}(L^p, L^q)$ . . . . .	291
4.5.3.	Relativ gleichmäßige Konvergenz von $\mathfrak{S}_s(\Delta, \nu)$ -Kernen . . . . .	299
4.6.	Fredholm-Stieltjessche Integraloperatoren . . . . .	303
<b>Literaturverzeichnis . . . . .</b>		<b>309</b>
<b>Inhalt von Band 2 . . . . .</b>		<b>312</b>
<b>Inhalt von Band 3 . . . . .</b>		<b>314</b>
<b>Inhalt von Band 4 . . . . .</b>		<b>316</b>
<b>Bezeichnungen . . . . .</b>		<b>319</b>
<b>Symbole . . . . .</b>		<b>322</b>
<b>Namen- und Sachverzeichnis . . . . .</b>		<b>323</b>