

Inhaltsverzeichnis

EINLEITUNG

1. Kapitel. Die Abbildung der fundamentalen Operationen an Funktionen durch die Laplace-Transformation und ihre Umkehrung	15
§ 1. Lineare Substitution in der Originalfunktion und Multiplikation der Bildfunktion mit einer Exponentialfunktion	15
§ 2. Lineare Substitution in der Bildfunktion und Multiplikation der Originalfunktion mit einer Exponentialfunktion	17
§ 3. Integration der Originalfunktion.	18
§ 4. Integration der Bildfunktion	20
§ 5. Differentiation der Originalfunktion	21
§ 6. Differentiation der Bildfunktion	23
§ 7. Reelle Faltung der Originalfunktionen und Produkt der Bildfunktionen	23
§ 8. Komplexe Faltung der Bildfunktionen und Produkt der Originalfunktionen	25

I. TEIL

Asymptotische Entwicklungen

2. Kapitel. Allgemeine Betrachtungen über Asymptotik	29
§ 1. Asymptotische Darstellung von Funktionen	29
§ 2. Asymptotische Entwicklung von Funktionen	31
Allgemeine Eigenschaften einer asymptotischen Entwicklung	32
Spezialfall: Asymptotische Potenzentwicklungen	35
§ 3. Ein allgemeines Prinzip zur Aufstellung von asymptotischen Methoden und die verschiedenen Arten von Asymptotik	39
§ 4. Kritische Bewertung der drei asymptotischen Methoden	41
§ 5. Allgemeines über Abelsche Asymptotik	42
3. Kapitel. Abelsche Asymptotik der einseitigen Laplace-Transformation: Verhalten von $f(s)$ im Unendlichen	45
§ 1. Asymptotische Entwicklung der \mathcal{L} -Transformierten für $s \rightarrow \infty$	45
§ 2. Beispiele	50
1. Das Gaußsche Fehlerintegral	50
2. Das Exponentialintegral	51
3. Die Stirlingsche Reihe für $\log \Gamma(s)$	52
4. Die Besselschen Funktionen für nichtreelle Werte der Variablen	56
5. Die unvollständige Gammafunktion. Asymptotische Halbierung des Gammaintegrals und der Exponentialreihe	58
6. Entwicklungen mit logarithmischem Faktor.	61

§ 3. Asymptotische Entwicklung eines \mathfrak{L} -Integrals mit komplexem Weg. Deformation eines ursprünglich reellen Integrationsweges zwecks Erweiterung des Bereichs der asymptotischen Entwicklung	64
§ 4. Beispiele	76
1. Die Besselschen Funktionen für reelle Werte der Variablen	76
2. Das Integral $\varphi(z) = \int_0^a e^{izx^q} g(x) dx$ für reelle z	78
§ 5. Asymptotische Entwicklung eines Integrals der Form $\int_a^b e^{s h(x)} g(x) dx$ (Laplace- sches Problem der Funktionen grosser Zahlen). Die Methode der Sattelpunkte	83
§ 6. Beispiele	88
1. Die Stirlingsche Reihe für $\Gamma(s)$	88
2. Die Fresnelschen Integrale	90
§ 7. Asymptotische Entwicklungen nach anderen Funktionen als Potenzen	92
§ 8. Asymptotische Entwicklung von komplexen Faltungsintegralen	95
4. Kapitel. Abelsche Asymptotik der einseitigen Laplace-Transformation: Verhalten von $f(s)$ an Stellen im Endlichen	97
§ 1. Grössenordnung des Unendlichwerdens von $f(s)$ bei Annäherung an eine singuläre Stelle in einem Winkelraum.	97
§ 2. Erschliessung der algebraischen und logarithmischen Singularitäten von $f(s)$	98
5. Kapitel. Abelsche Asymptotik der zweiseitigen Laplace-Transformation und der Mellin-Transformation	101
§ 1. Erschliessung der Singularitäten der \mathfrak{L}_{II} -Transformierten	101
§ 2. Erschliessung der Singularitäten der \mathfrak{M} -Transformierten	105
§ 3. Beispiele (Gamma- und Zetafunktion)	107
6. Kapitel. Abelsche Asymptotik der durch das komplexe Umkehrintegral dargestellten \mathfrak{B}-Transformation für Funktionen mit Singularitäten eindeutigen Charakters	109
§ 1. Allgemeines über die Asymptotik des komplexen Integrals	109
§ 2. Asymptotische Entwicklung von $F(t)$ nach Exponentialfunktionen	110
§ 3. Asymptotische Entwicklung von $\Phi(z)$ nach Potenzen.	115
§ 4. Beispiele	118
1. Grenzwert der Thetafunktion $\theta_3(0, z/\pi)$ bei Annäherung an $z = i$	118
2. Verhalten von $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^k z}$ für $z \rightarrow 0$	122
3. Verhalten von $\sum_{n=1}^{\infty} T(n) e^{-n^k z}$ für $z \rightarrow 0$	122
4. Asymptotisches Verhalten des Logarithmus von ganzen transzendenten Funktionen endlichen Geschlechts für $z \rightarrow \infty$	123
§ 5. Asymptotische Entwicklung des Integrals $\Phi(z) = \int_0^{\infty} \Phi_1(\zeta) \Phi_2(z/\zeta) d\zeta/\zeta$ auf Grund der Entwicklungen von Φ_1 und Φ_2 . Asymptotik der Stieltjes- Transformation	131
§ 6. Bestimmung der Singularitäten von $\mathfrak{M}\{\Phi_1 \cdot \Phi_2\} = 1/(2\pi i) \int_{x-i\infty}^{x+i\infty} \varphi_1(\sigma) \varphi_2(s-\sigma) d\sigma$ auf Grund derjenigen von $\mathfrak{M}\{\Phi_1\} = \varphi_1(s)$ und $\mathfrak{M}\{\Phi_2\} = \varphi_2(s)$	136

7. Kapitel. Abelsche Asymptotik der durch das komplexe Umkehrintegral dargestellten \mathfrak{B}-Transformation für Funktionen mit algebraischen und logarithmischen Singularitäten	141
§ 1. Allgemeine Betrachtungen zu dem Fall nichteindeutiger Singularitäten	141
§ 2. Eine endliche asymptotische Entwicklung von $F(t)$ für $t \rightarrow \infty$	142
§ 3. Asymptotische Entwicklung von $F(t)$ für $t \rightarrow \infty$	144
§ 4. Ersatz des geradlinigen Integrationsweges in \mathfrak{B} durch einen winkelförmigen und Asymptotik der so entstehenden \mathfrak{B} -Transformation für $t \rightarrow \infty$	156
§ 5. Beispiele	165
1. Das Exponentialintegral	166
2. Der Strom im induktionsfreien Kabel	166
3. Die Besselschen Funktionen für reelle Werte der Variablen	168
4. Die Fourier-Bessel-Koeffizienten	170
5. Die Wellenfunktion für das kontinuierliche Spektrum des Wasserstoffatoms	172
8. Kapitel. Abelsche Asymptotik der \mathfrak{B}-Transformation für $t \rightarrow 0$	174
§ 1. Asymptotische Entwicklung von $F(t)$ für $t \rightarrow 0$ auf Grund des Verhaltens von $f(s)$ für $s \rightarrow \infty$ in einer Halbebene	174
§ 2. Die Heavisideschen Entwicklungstheoreme der Operatorenrechnung im Lichte der Abelschen Asymptotik des komplexen Integrals für $t \rightarrow 0$ und $t \rightarrow \infty$	177
9. Kapitel. Taubersche Asymptotik der Laplace-Transformation	181
§ 1. Taubersche Asymptotik reeller Art. Beispiel: Stabilität bei Erneuerungsvorgängen	181
§ 2. Taubersche Asymptotik funktionentheoretischer Art. Beispiel: Der Primzahlsatz	186
10. Kapitel. Asymptotische Aussagen verschiedener Art über die Original- und die Bildfunktion der Laplace-Transformation	193
§ 1. Asymptotische Aussagen über die Bildfunktion	193
§ 2. Asymptotische Aussagen über $F(t)$ auf Grund der Existenz von $\mathfrak{L}\{F\}$	195
§ 3. Asymptotische Aussagen bei der zweiseitigen Laplace-Transformation	195
§ 4. Das asymptotische Verhalten einer ganzen Funktion von Exponentialtypus	196
§ 5. Das asymptotische Verhalten der Größen $M(x)$ und $m(x)$ für $f(s)$	197

II. TEIL

Konvergente Entwicklungen

Einleitung	201
11. Kapitel. Fakultätenreihen	203
§ 1. Allgemeine Eigenschaften der Fakultätenreihen	203
§ 2. Funktionentheoretische Hilfssätze	205
§ 3. Darstellung einer Fakultätenreihe als Laplace-Transformierte	211
§ 4. Darstellung einer Laplace-Transformierten durch eine Fakultätenreihe	219
§ 5. Darstellung einer Laplace-Transformierten durch eine asymptotische Fakultätenreihe	222

§ 6. Darstellung einer Laplace-Transformierten durch eine verallgemeinerte Fakultätenreihe	226
§ 7. Das Konvergenzproblem der verallgemeinerten Fakultätenreihe	229
§ 8. Fakultätenreihen als konvergente Darstellungen asymptotischer Potenzreihen	232
12. Kapitel. Spezielle Reihen	236
§ 1. Die lineare Transformationsformel der Thetafunktion	236
§ 2. Entwicklungen nach Besselschen Funktionen, die mit der linearen Transformationsformel für die Funktion $\theta_3(v, t)$ äquivalent sind	238
§ 3. Entwicklung der Laguerreschen Polynome und der konfluenten hypergeometrischen Funktion nach Besselschen Funktionen	241
§ 4. Entwicklungen nach Laguerreschen Polynomen	243
§ 5. Entwicklungen nach Hermiteschen Polynomen	247
§ 6. Entwicklungen nach konfluenten hypergeometrischen Funktionen	248
§ 7. Eine Korrespondenz zwischen Fourier-Reihen und Partialbruchreihen	250

III. TEIL

Gewöhnliche Differentialgleichungen

13. Kapitel. Gewöhnliche Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten im einseitig unendlichen Intervall unter Anfangsbedingungen	255
§ 1. Die lineare Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten und beliebiger Störungsfunktion	255
1. Die inhomogene Differentialgleichung unter verschwindenden Anfangsbedingungen	258
2. Die homogene Differentialgleichung unter beliebigen Anfangsbedingungen	266
§ 2. Beispiele, insbesondere der elektrische Schwingungskreis. Übergangsfunktion und Frequenzgang	269
§ 3. Rückkopplungssysteme und Regelungstechnik	278
Regelungstechnik	282
Stabilität der Regelung	286
Regelungsvorgänge mit Totzeit	289
Exakte mathematische Diskussion der Stabilität	294
§ 4. Erregung durch die Impulsfunktion	298
§ 5. Ein System von Differentialgleichungen (Normalfall)	310
1. Das inhomogene System unter verschwindenden Anfangsbedingungen	311
2. Das homogene System unter beliebigen Anfangsbedingungen	314
§ 6. Ein System von Differentialgleichungen, bei dem nicht der Normalfall vorliegt. Nichterfüllbare Anfangsbedingungen	318
§ 7. Kettenleiter und Wellenfilter. Synthese eines Filters mit vorgegebenen Sperr- und Durchlassbereichen	328
14. Kapitel. Gewöhnliche Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten im zweiseitig unendlichen Intervall unter Anfangs- und Randbedingungen	345
§ 1. Anwendung der \mathfrak{L}_{II} -Transformation und Aufstellung desjenigen Lösungsausdrucks, der einem bestimmten Holomorphiestreifen der Bildfunktion zugeordnet ist	345
§ 2. Die Greensche Funktion des Problems	348

§ 3. Lösung unter Voraussetzung der Existenz von $F(-\infty)$ und $F(+\infty)$	350
§ 4. Lösung unter Voraussetzung der Existenz von $\int_{-\infty}^{+\infty} F(t) dt$	356
§ 5. Weitere Lösungen	360
15. Kapitel. Gewöhnliche Differentialgleichungen mit variablen Koeffizienten im Originalraum der Laplace-Transformation	363
§ 1. Anwendung der \mathcal{Q} -Transformation auf Differentialgleichungen mit Polynom-Koeffizienten	363
§ 2. Beispiel: Die Differentialgleichung der Besselschen Funktionen	366
§ 3. Beispiel: Die Differentialgleichung der Laguerreschen Funktionen. Das Spektrum des Wasserstoffatoms in der Wellenmechanik	368
1. Das diskrete Spektrum	371
2. Das kontinuierliche Spektrum	375
§ 4. Ansatz der Lösung als Integral mit komplexem Weg. Asymptotische Entwicklungen der Lösung (Thomésche Normalreihen)	377
16. Kapitel. Gewöhnliche Differentialgleichungen mit variablen Koeffizienten im Bildraum der Laplace-Transformation	386
§ 1. Lösung der Differentialgleichung mit im Unendlichen holomorphen Koeffizienten durch $\mathcal{Q}^{(\varphi)}$ -Integrale	386
§ 2. Beispiel: Die Mathieusche Differentialgleichung	396
§ 3. Lösung von Differentialgleichungen mit vollmonotonen Koeffizienten durch \mathcal{Q} -Integrale mit monotoner Originalfunktion	399
Anhang	
Der Satz von Lagrange-Bürmann	405
Literarische und historische Nachweise	409
Sachregister	429
Literaturverzeichnis	siehe I. und III. Band
Berichtigungen zu Band I	435