

# Inhalt

Vorwort . . . . .	9
1. Einführung . . . . .	13
1.1 Transformations- Analysis . . . . .	13
1.2 Grundkonzept der FOURIER-Transformation . . . . .	15
1.3 Die allgegenwärtige FOURIER-Transformation . . . . .	19
1.4 Rechnergestützte FOURIER-Analyse . . . . .	21
1.5 Historischer Überblick über die schnelle FOURIER-Transfor- mation (FFT) . . . . .	21
Literatur . . . . .	23
2. Die FOURIER-Transformation . . . . .	25
2.1 Das FOURIER-Integral . . . . .	25
2.2 Die inverse FOURIER-Transformation . . . . .	27
2.3 Existenz des FOURIER-Integrals . . . . .	29
2.4 Alternative Definitionen der FOURIER-Transformation . . . . .	39
2.5 FOURIER-Transformationspaare . . . . .	40
Aufgaben . . . . .	40
Literatur . . . . .	46
3. Eigenschaften der FOURIER-Transformation . . . . .	47
3.1 Linearität . . . . .	47
3.2 Symmetrie . . . . .	49
3.3 Zeitskalierung . . . . .	49
3.4 Frequenzskalierung . . . . .	50
3.5 Zeitverschiebung . . . . .	53
3.6 Frequenzverschiebung . . . . .	55
3.7 Alternativformel der inversen Transformation . . . . .	55
3.8 Gerade Funktionen . . . . .	57
3.9 Ungerade Funktionen . . . . .	58
3.10 Zerlegung einer Funktion . . . . .	59
3.11 Komplexe Zeitfunktionen . . . . .	61
3.12 Zusammenfassung der Eigenschaften . . . . .	63
Aufgaben . . . . .	63
Literatur . . . . .	67

---

4.	Faltung und Korrelation . . . . .	68
4.1	Faltungsintegral . . . . .	68
4.2	Graphische Auswertung des Faltungsintegrals . . . . .	68
4.3	Alternative Form des Faltungsintegrals . . . . .	73
4.4	Faltung mit Deltafunktionen . . . . .	75
4.5	Faltungstheorem . . . . .	78
4.6	Faltung im Frequenzbereich . . . . .	82
4.7	Beweis des PARSEVALSchen Theorems . . . . .	82
4.8	Korrelation . . . . .	84
4.9	Korrelationstheorem . . . . .	86
	Aufgaben . . . . .	89
	Literatur . . . . .	94
5.	FOURIER-Reihe und Abtastsignale . . . . .	95
5.1	FOURIER-Reihe . . . . .	95
5.2	FOURIER-Reihe als Spezialfall des FOURIER-Integrals . . . . .	98
5.3	Signalabtastung . . . . .	100
5.4	Abtasttheorem . . . . .	104
5.5	Abtastung im Frequenzbereich . . . . .	108
	Aufgaben . . . . .	109
	Literatur . . . . .	112
6.	Die diskrete FOURIER-Transformation . . . . .	113
6.1	Graphische Beschreibung . . . . .	113
6.2	Mathematische Herleitung . . . . .	116
6.3	Diskrete inverse FOURIER-Transformation . . . . .	122
6.4	Zusammenhang zwischen der diskreten und der kontinuierlichen FOURIER-Transformation . . . . .	123
	Aufgaben . . . . .	134
	Literatur . . . . .	135
7.	Diskrete Faltung und Korrelation . . . . .	136
7.1	Diskrete Faltung . . . . .	136
7.2	Diskrete Faltung auf graphischem Wege . . . . .	137
7.3	Beziehung zwischen diskreter und kontinuierlicher Faltung . . . . .	139
7.4	Theorem der diskreten Faltung . . . . .	145
7.5	Diskrete Korrelation . . . . .	146
7.6	Diskrete Korrelation auf graphischem Wege . . . . .	147
	Aufgaben . . . . .	147
	Literatur . . . . .	150

8.	Eigenschaften der diskreten FOURIER-Transformation . . . . .	151
8.1	Linearität . . . . .	151
8.2	Symmetrie . . . . .	151
8.3	Zeitverschiebung . . . . .	152
8.4	Frequenzverschiebung . . . . .	152
8.5	Alternative Inversionsbeziehung . . . . .	152
8.6	Gerade Funktionen . . . . .	153
8.7	Ungerade Funktionen . . . . .	154
8.8	Zerlegung einer Funktion . . . . .	155
8.9	Komplexe Zeitfunktionen . . . . .	155
8.10	Faltungstheorem für den Frequenzbereich . . . . .	156
8.11	Theorem der diskreten Korrelation . . . . .	157
8.12	PARSEVALSches Theorem . . . . .	158
8.13	Zusammenfassung der Eigenschaften . . . . .	158
	Aufgaben . . . . .	160
	Literatur . . . . .	161
9.	Anwendung der diskreten FOURIER-Transformation . . . . .	162
9.1	FOURIER-Transformation . . . . .	162
9.2	Approximation der inversen FOURIER-Transformation . . . . .	165
9.3	Harmonische Analyse mit FOURIER-Reihen . . . . .	168
9.4	Harmonische Synthese mit FOURIER-Reihen . . . . .	170
9.5	Abschwächung des Leckeffekts . . . . .	172
	Aufgaben . . . . .	178
	Literatur . . . . .	180
10.	Die schnelle FOURIER-Transformation (FFT) . . . . .	181
10.1	Matrixdarstellung . . . . .	181
10.2	Intuitive Herleitung . . . . .	182
10.3	Signalflußgraphen . . . . .	186
10.4	Duale Knoten . . . . .	189
10.5	Bestimmung von $WP$ . . . . .	192
10.6	Umordnung der FFT-Ergebnisse . . . . .	193
10.7	FFT-Flußdiagramm . . . . .	193
10.8	FFT-FORTRAN-Programm . . . . .	198
10.9	FFT-ALGOL-Programm . . . . .	198
10.10	FFT-Algorithmus für reelle Funktionen . . . . .	201
	Aufgaben . . . . .	206
	Literatur . . . . .	207

11.	Mathematische Herleitung des Basis-2-FFT-Algorithmus . . . . .	208
11.1	Erklärung der Ausdrucksweise . . . . .	208
11.2	Faktorisierung von $W^P$ . . . . .	209
11.3	Herleitung des COOLEY-TUKEY-Algorithmus für $N = 2^{\gamma}$ . . . . .	212
11.4	Kanonische Formen der FFT . . . . .	215
	Aufgaben . . . . .	221
	Literatur . . . . .	222
12.	FFT-Algorithmus mit beliebigen Basen . . . . .	223
12.1	FFT-Algorithmus für $N = r_1 r_2$ . . . . .	223
12.2	COOLEY-TUKEY-Algorithmus für $N = r_1 r_2 \dots r_m$ . . . . .	228
12.3	SANDE-TUKEY-Algorithmus für $N = r_1 r_2 \dots r_m$ . . . . .	231
12.4	Drehfaktor-FFT-Algorithmus . . . . .	232
12.5	Rechenaufwand des Basis-2-, Basis-4-, Basis-8- und Basis-16- Algorithmus . . . . .	235
12.6	Zusammenfassung der FFT-Algorithmen . . . . .	237
	Aufgaben . . . . .	238
	Literatur . . . . .	240
13.	FFT-Faltung und FFT-Korrelation . . . . .	241
13.1	FFT-Faltung zeitbegrenzter Signale . . . . .	241
13.2	FFT-Korrelation zeitbegrenzter Signale . . . . .	247
13.3	FFT-Faltung eines zeitunbegrenzten mit einem zeitbegrenzten Signal . . . . .	250
13.4	Recheneffiziente FFT-Faltung . . . . .	264
13.5	Abschließende Bemerkung zur FFT-Anwendung . . . . .	267
	Aufgaben . . . . .	268
	Literatur . . . . .	269
Anhang A : Die Deltafunktion: eine Distribution . . . . .		270
	A-1 Definitionen der Deltafunktion . . . . .	270
	A-2 Distributions-Konzepte . . . . .	272
	A-3 Eigenschaften der Distributionstheorie . . . . .	274
	Literatur . . . . .	277
Bibliographie . . . . .		278
Deutschsprachige Bibliographie (von S.A.Azizi) . . . . .		294
Sachregister . . . . .		299