

INHALTSVERZEICHNIS

I. Der Integralsatz von Cauchy. Die Cauchysche Integralformel

§ 1. Integrale nach einer komplexen Veränderlichen	1
1.1 Der Begriff des Integrals nach einer komplexen Veränderlichen. 1.2 Die Haupteigenschaften des Integrals nach einer komplexen Veränderlichen. 1.3 Integration einer gleichmäßig konvergenten Reihe. 1.4 Der Integralsatz von Cauchy	
§ 2. Der Cauchysche Integralsatz	8
2.1 Grundlegender Hilfssatz. 2.2 Zurückführung des Beweises für den Cauchyschen Integralsatz auf den einfachsten Fall. 2.3 Beweis des Cauchyschen Integralsatzes. 2.4 Der Begriff des unbestimmten Integrals im Komplexen. 2.5 Ausdehnung des Cauchyschen Integralsatzes auf den Fall mehrfach zusammenhängender Gebiete. 2.6 Die logarithmische Funktion. 2.7 Hilfssatz. 2.8 Verallgemeinerung des Cauchyschen Integralsatzes	
§ 3. Das Cauchysche Integral	29
3.1 Die Cauchysche Integralformel. 3.2 Ausdehnung der Cauchyschen Integralformel auf den Fall mehrfach zusammenhängender Gebiete. 3.3 Integral vom Cauchyschen Typ. 3.4 Existenz der Ableitungen sämtlicher Ordnungen bei in einem Gebiet analytischen Funktionen. 3.5 Der Satz von Morera. 3.6 Verschiedene Gesichtspunkte beim Aufbau der Theorie der analytischen Funktionen. 3.7 Über die Grenzwerte eines Integrals vom Cauchyschen Typ. 3.8 Über Grenzwerte eines Integrals vom Cauchyschen Typ für den Fall, daß die Randfunktion der Hölder-Lipschitz-Bedingung genügt. 3.9 Das Poissonsche Integral	
Übungen zum ersten Kapitel	53

II. Reihen analytischer Funktionen und Potenzreihen, Entwicklung analytischer Funktionen in Potenzreihen

§ 1. Gleichmäßig konvergente Reihen analytischer Funktionen	59
1.1 Der erste Weierstraßsche Satz	
§ 2. Die Taylorreihe	64
2.1 Anwendung des Weierstraßschen Satzes auf Potenzreihen. 2.2 Entwicklung einer analytischen Funktion in eine Potenzreihe. 2.3 Der Begriff der holomorphen Funktion und die Äquivalenz dieses Begriffes mit dem Begriff der analytischen Funktion. 2.4 Die Eindeigkeitseigenschaft analytischer Funktionen. 2.5 Das Prinzip vom Maximum. 2.6 Die Nullstellen einer analytischen Funktion. 2.7 Die Ordnung einer Nullstelle. 2.8 Der Cauchysche Koeffizientensatz. 2.9 Der Satz von Liouville. 2.10 Der zweite Weierstraßsche Reihensatz	
Übungen zum zweiten Kapitel	82

III. Isolierte singuläre Punkte einer eindeutigen Funktion

§ 1. Laurententwicklung	85
1.1 Entwicklung einer analytischen Funktion in eine Laurentreihe. 1.2 Regulärer Teil und Hauptteil einer Laurentreihe. 1.3 Die Eindeutigkeit der Laurententwicklung	
§ 2. Die Klassifizierung der singulären Punkte einer eindeutigen Funktion	89
2.1 Die drei Typen der isolierten singulären Punkte. 2.2 Die hebbare Singularität. 2.3 Der Pol. 2.4 Der Zusammenhang zwischen Nullstelle und Pol. 2.5 Der wesentlich singuläre Punkt. 2.6 Das Verhalten einer Funktion in der Umgebung eines isolierten singulären Punktes	
§ 3. Das Verhalten einer analytischen Funktion im Unendlichen	97
3.1 Die Umgebung des unendlich fernen Punktes. 3.2 Die Laurententwicklung in der Umgebung des unendlich fernen Punktes. 3.3 Das Verhalten einer Funktion in der Umgebung des unendlich fernen Punktes. 3.4 Die Bedingungen für die Umwandlung eines Integrals vom Cauchyschen Typ in ein Cauchysches Integral	
§ 4. Die einfachsten Klassen analytischer Funktionen	102
4.1 Die ganzen Funktionen. 4.2 Die meromorphen Funktionen. 4.3 Zerlegung rationaler Funktionen in Partialbrüche. 4.4 Der Fundamentalsatz der Algebra	
§ 5. Anwendungen auf die Hydrodynamik	105
5.1 Wirbelfreie und quellenfreie Flüssigkeitsströmung. 5.2 Die charakteristische Strömungsfunktion. 5.3 Wirbelfreies Umströmen eines Kreiszylinders. 5.4 Die rein zirkuläre Strömung. 5.5 Der allgemeine Fall	
Übungen zum dritten Kapitel	115

IV. Die Residuentheorie

§ 1. Die allgemeine Residuentheorie	119
1.1 Das Residuum einer Funktion bezüglich eines isolierten singulären Punktes. 1.2 Der Residuensatz. 1.3 Berechnung des Residuums einer Funktion für einen Pol. 1.4 Das Residuum einer Funktion für den unendlich fernen Punkt. 1.5 Die Berechnung des Integrals $\frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \varphi(z) \frac{f'(z)}{f(z)} dz$.	
§ 2. Anwendung der Residuentheorie	128
2.1 Der Fundamentalsatz der Algebra. 2.2 Der Satz von Rouché. 2.3 Anwendung der Residuentheorie zur Berechnung bestimmter Integrale. 2.4 Zerlegung von $\cotg z$ in Partialbrüche	
Übungen zum vierten Kapitel	140

V. Der Satz von Picard

§ 1. Der Satz von Bloch	142
1.1 Der Satz über die Umkehrung einer holomorphen Funktion. 1.2 Der Beweis des Satzes von Bloch	

§ 2. Der Satz von Landau	146
2.1 Der Beweis des Landauschen Satzes. 2.2 Der kleine Satz von Picard	
§ 3. Die Ungleichung von Schottky	149
3.1 Die Herleitung der Ungleichung von Schottky. 3.2 Die verallgemeinerte Ungleichung von Schottky	
§ 4. Der allgemeine Satz von Picard	153
Übungen zum fünften Kapitel	154

VI. Unendliche Produkte und deren Anwendung auf analytische Funktionen

§ 1. Unendliche Produkte	156
1.1 Konvergente und divergente unendliche Produkte. 1.2 Das Hauptkriterium für die Konvergenz eines unendlichen Produktes. 1.3 Darstellung einer holomorphen Funktion durch ein unendliches Produkt	
§ 2. Anwendung der unendlichen Produkte auf die Theorie der ganzen Funktionen	164
2.1 Die Formel von Weierstraß. 2.2 Darstellung einer ganzen Funktion durch ein unendliches Produkt. 2.3 Darstellung einer meromorphen Funktion durch den Quotienten zweier ganzer Funktionen. 2.4 Das Problem von Mittag-Leffler	
§ 3. Verallgemeinerung des Satzes über die Eindeutigkeit analytischer Funktionen	171
3.1 Mögliche Verallgemeinerung des Eindeutigkeitssatzes. 3.2 Die Formel von Jacobi und Jensen. 3.3 Der Beweis des Eindeutigkeitssatzes. 3.4 Unmöglichkeit einer weiteren Verallgemeinerung des Eindeutigkeitssatzes für beschränkte Funktionen	
Übungen zum sechsten Kapitel	179

VII. Analytische Fortsetzung

§ 1. Das Prinzip der analytischen Fortsetzung	181
1.1 Der Begriff der analytischen Fortsetzung. 1.2 Der Begriff der vollständigen analytischen Funktion nach Weierstraß. 1.3 Ausdehnung einer Funktion einer reellen Veränderlichen ins Komplexe nach dem Prinzip der analytischen Fortsetzung	
§ 2. Beispiele	187
2.1 Beispiele eindeutiger Funktionen. 2.2 Beispiele mehrdeutiger Funktionen	
Übungen zum siebenten Kapitel	190
Sachverzeichnis	194