

Inhalts-Verzeichnis.

Vorbemerkungen	Seite 1
--------------------------	------------

Einleitung.

Entwicklungen über projective Maassbestimmungen.

§ 1. Die projectiven Maassbestimmungen in der Ebene und deren Artheilung	3
§ 2. Die zur Maassbestimmung gehörenden Bewegungen und Umlegungen der Ebene. Die Variable ξ im parabolischen Falle	7
§ 3. Die Collineationen des Kegelschnitts $z_1 z_3 - z_2^2 = 0$ in sich. Verhalten des zugehörigen ξ	12
§ 4. Die Gruppe der Bewegungen und Umlegungen im hyperbolischen und elliptischen Falle	15
§ 5. Allgemeine Definition der ξ -Werte für die Punkte der projectiven Ebene	20
§ 6. Die ξ -Werte in der hyperbolischen Ebene. Die ξ -Halbebene und ξ -Halbkugel	22
§ 7. Die hyperbolische Maassbestimmung in der ξ -Halbebene und auf der ξ -Halbkugel	26
§ 8. Über Flächen von constantem negativen Krümmungsmaass	30
§ 9. Figuren für die Bewegungen der projectiven Ebene in sich	32
§ 10. Die elliptische Ebene und die ξ -Ebene bez. ξ -Kugel	36
§ 11. Die elliptische Maassbestimmung auf der ξ -Ebene und ξ -Kugel	41
§ 12. Die hyperbolische Maassbestimmung im Raume und die zugehörigen Bewegungen	44
§ 13. Die Kreisverwandtschaften und die hyperbolische Geometrie. Die Rotationsgruppen im hyperbolischen Raume	49
§ 14. Beziehung des hyperbolischen Raumes auf den ξ -Halbraum	53
§ 15. Schlussbemerkungen zur Einleitung	57

Erster Abschnitt.

Grundlagen für die Theorie der discontinuierlichen Gruppen linearer Substitutionen einer Variablen.

Erstes Kapitel.

Die Discontinuität der Gruppen mit Erläuterungen an einfachen Beispielen.

§ 1. Unterscheidung continuierlicher und discontinuierlicher Substitutionsgruppen	60
---	----

	Seite
§ 2. Unterscheidung eigentlich und uneigentlich discontinuierlicher Substitutionsgruppen	62
§ 3. Recapitulation und Ergänzung betreffend cyclische Gruppen	65
§ 4. Die Gruppen der regulären Körper und die regulären Einteilungen der elliptischen Ebene	69
§ 5. Die Modulteilung in der ζ -Ebene und in der hyperbolischen Ebene.	74
§ 6. Einführung und Erweiterung der Picard'schen Gruppe	76
§ 7. Die zur Picard'schen Gruppe gehörende tetraedrische Einteilung des ζ -Halbraumes	79
§ 8. Der Discontinuitätsbereich und die Erzeugung der Picard'schen Gruppe	83
§ 9. Über Untergruppen der Picard'schen Gruppe. Historisches.	87

Zweites Kapitel.

Die Gruppen ohne infinitesimale Substitutionen und ihre normalen Discontinuitätsbereiche.

§ 1. Der Begriff der infinitesimalen Substitutionen	94
§ 2. Die eigentliche Discontinuität der Gruppen ohne infinitesimale Substitutionen.	98
§ 3. Die Begriffe der Polygon- und der Polyedergruppen	102
§ 4. Einführung der normalen Discontinuitätsbereiche bei Rotationsgruppen	106
§ 5. Von den Ecken und Kanten der Normalpolygone bei Rotationsgruppen. Erster Teil: Die Ecken im Ellipseninnern	110
§ 6. Fortsetzung: Die Ecken auf und ausserhalb der Ellipse	114
§ 7. Die Normalpolyeder im hyperbolischen Raume und deren Gestaltung im Kugelinnern	120
§ 8. Die Normalpolyeder auf und ausserhalb der Kugel	123
§ 9. Das Verhalten der Polyongruppen auf der Kugeloberfläche. Erster Teil: Allgemeines	126
§ 10. Fortsetzung: Specielle Betrachtung der Gruppen mit Grenzcurven	131
§ 11. Die Normalbereiche der Gruppen zweiter Art.	137
§ 12. Die Normalbereiche in der ζ -Ebene und im ζ -Raum. Historisches	140

Drittes Kapitel.

Weitere Ansätze zur geometrischen Theorie der eigentlich discontinuierlichen Gruppen.

§ 1. Die erlaubte Abänderung der Discontinuitätsbereiche, insbesondere bei Gruppen mit Hauptkreis	146
§ 2. Fortsetzung: Die erlaubte Abänderung bei Polyedergruppen, sowie Polyongruppen ohne Hauptkreis	149
§ 3. Definition der Gruppen ohne infinitesimale Substitutionen durch Discontinuitätsbereiche. Durchführung im Hauptkreisfalle	164
§ 4. Fortsetzung: Definition der Polyedergruppen durch Discontinuitätsbereiche	157
§ 5. Fortsetzung: Allgemeine Definition der Polyongruppen durch Discontinuitätsbereiche	159
§ 6. Classification der Gruppen ohne infinitesimale Substitutionen nach der Gestalt der Discontinuitätsbereiche und regulären Einteilungen	164

§ 7. Die Erzeugung der Gruppen und die für die Erzeugenden gültigen Relationen	168
§ 8. Fortsetzung: Die Erzeugenden und ihre Relationen bei Polyedergruppen sowie bei beliebigen Polyongruppen	172
§ 9. Herstellung geschlossener Flächen aus den Discontinuitätsbereichen der Polyongruppen	177
§ 10. Die kanonischen Discontinuitätsbereiche der Polyongruppen	182
§ 11. Von der Composition der Polyongruppen	190
§ 12. Einführung der homogenen Substitutionen und Gruppen	194
§ 13. Die isomorphe Spaltbarkeit bei Polyongruppen ohne secundäre Relationen.	197
§ 14. Die homogene Gestalt der primären Relation zwischen den V_i, V_{a_k}, V_{b_k}	202

Zweiter Abschnitt.

Durchführung der geometrischen Theorie der Polyongruppen aus ξ -Substitutionen.

Erstes Kapitel.

Behandlung der Rotationsgruppen auf Grundlage der normalen Discontinuitätsbereiche.

§ 1. Erledigung der elliptischen Rotationsgruppen	211
§ 2. Die Normalsechsecke der parabolischen Rotationsgruppen	214
§ 3. Beziehung der Normalsechsecke der parabolischen Rotationsgruppen zur Reduction der binären quadratischen Formen	217
§ 4. Die parabolischen Rotationsgruppen mit elliptischen Substitutionen	222
§ 5. Die parabolischen Rotationsgruppen zweiter Art	224
§ 6. Fortsetzung: Die parabolischen Rotationsgruppen zweiter Art mit elliptischen Substitutionen	228
§ 7. Die Nichtrotationsgruppen mit zwei Grenzpunkten	234
§ 8. Die Gruppen zweiter Art mit zwei Grenzpunkten	238
§ 9. Einführung der Normalpolygone für hyperbolische Rotationsgruppen	241
§ 10. Untersuchung über die zufälligen Ecken der Normalpolygone	245
§ 11. Die zu den Substitutionen V, V', V'' der zufälligen Ecken gehörenden Curven C_s	251
§ 12. Weiteres über die Curven C_s der Tripel V, V', V''	255
§ 13. Die zu den festen Polygonecken gehörenden Bereiche Q . Der Reciprocitätssatz der Normalpolygone	258
§ 14. Der Gattungsbegriff und die Typeneinteilung der Normalpolygone	261
§ 15. Vom Vorkommen der Specialtypen bei der Gattung (p, n)	266
§ 16. Veränderung der Normalpolygone bei Monodromie der Centren C_s	270
§ 17. Die natürlichen Discontinuitätsbereiche der hyperbolischen Rotationsgruppen	275

Zweites Kapitel.

Die kanonischen Polygone und die Moduln der hyperbolischen Rotationsgruppen.

	Seite
§ 1. Einleitendes. Die kanonischen Polygone der Gattung (0, 3)	285
§ 2. Die kanonischen Polygone der Gattung (1, 1) als geradlinige Vierecke	288
§ 3. Allgemeine Gestalt der kanonischen Polygone der Gattung (1, 1)	294
§ 4. Die Doppel- n -ecke der Gattung (0, n) und deren Transformation.	299
§ 5. Umwandlung der Doppel- n -ecke in kanonische Polygone der Gattung (0, n)	305
§ 6. Die kanonischen Polygone beliebiger Gattung (p , n)	310
§ 7. Fortschaffung convexer Winkel am geradlinigen Polygone (p , n)	316
§ 8. Transformationstheorie der Polygone beliebiger Gattung (p , n)	320
§ 9. Fortsetzung: Die Elementartransformationen 3 ^{ter} und 4 ^{ter} Art	327
§ 10. Die Invarianten der Substitutionenpaare V_1, V_2	335
§ 11. Die Moduln j_1, j_2, j_3 der kanonischen Polygone (0, 3)	341
§ 12. System der charakteristischen Bedingungen für die Moduln der Gattung (0, 3). Mannigfaltigkeit aller Gruppen (0, 3)	347
§ 13. Die Moduln und ihre charakteristischen Bedingungen bei der Gattung (1, 1). Mannigfaltigkeit der Gruppen (1, 1)	354
§ 14. Einführung der Moduln der Gattung (0, n). Compositions-betrachtungen	361
§ 15. Adjunction von j_{123}, j_{234}, \dots Relationen für die Moduln (0, n)	365
§ 16. Weitere Bedingungen für die Moduln der Gattung (0, n)	370
§ 17. Das volle System der charakteristischen Bedingungen für die Moduln der Gattung (0, n)	377
§ 18. Mannigfaltigkeit aller Gruppenfamilien der Gattung (0, n)	383
§ 19. Die charakteristischen Bedingungen und die Mannigfaltigkeit aller Gruppen (p , n)	385
§ 20. Die Transformationen der Modulsysteme und die Modulgruppen der einzelnen Gattungen (p , n)	389
§ 21. Die Modultransformationen der Gattungen (0, 4) und (1, 1)	394

Drittes Kapitel.

Betrachtung der Kreisbogenvierecke ohne Hauptkreis und Bemerkungen über sonstige Nichtrotationsgruppen.

§ 1. Geometrische Ableitung der sieben Typen der Kreisbogenvierecke.	399
§ 2. Die Invarianten σ_{ik} der Kreisbogenvierecke	405
§ 3. Die Grenzcurve beim Viereck des ersten Typus mit vier Winkeln null. Vorbereitendes	411
§ 4. Approximative Constructionen der Grenzcurve	415
§ 5. Die 4 Punktarten auf der Grenzcurve. Die parabolischen Punkte derselben	418
§ 6. Fortsetzung: Die hyperbolischen und loxodromischen Punkte der Grenzcurve	424
§ 7. Die Vierecknetze des zweiten bis sechsten Typus	428
§ 8. Weitere Beispiele von Nichtrotationsgruppen erster und zweiter Art	436

Dritter Abschnitt.

Über arithmetische Definitionsweisen eigentlich discontinuierlicher Gruppen aus ξ -Substitutionen.

Erstes Kapitel.

Die Rotationsuntergruppen innerhalb der Picard'schen Gruppe und die zugehörigen binären quadratischen Formen.

	Seite
§ 1. Die Gauss'schen Formen und die Modulgruppe	448
§ 2. Einführung der Dirichlet'schen und Hermite'schen quadratischen Formen	450
§ 3. Geometrische Deutung der Dirichlet'schen und Hermite'schen Formen.	454
§ 4. Behandlung des Äquivalenzproblems bei den definiten Hermite'schen Formen	456
§ 5. Reductionstheorie der Dirichlet'schen Formen	459
§ 6. Die Transformationen der Dirichlet'schen Formen in sich	464
§ 7. Reductionstheorie der indefiniten Hermite'schen Formen	467
§ 8. Die reproducierenden Gruppen der indefiniten Hermite'schen Formen .	471
§ 9. Die reproducierenden Gruppen der zur Determinante $D = 5$ gehörenden Hermite'schen Formen	477
§ 10. Die reproducierenden Gruppen der zur Determinante $D = 7$ gehörenden Hermite'schen Formen	484
§ 11. Theorie der Gauss'schen Formen in projectiv-geometrischer Gestalt . .	491
§ 12. Die projective Gestalt der Picard'schen Gruppe	494
§ 13. Theorie der Hermite'schen und Dirichlet'schen Formen in projectiv-geometrischer Gestalt	497

Zweites Kapitel.

Von den reproducierenden Gruppen ternärer und quaternärer quadratischer Formen.

§ 1. Ansatz der zu untersuchenden Gruppen und eigentliche Discontinuität derselben	502
§ 2. Äquivalenz und Commensurabilität der reproducierenden Gruppen Γ_f und Γ_F ternärer und quaternärer quadratischer Formen	504
§ 3. Existenzbeweis der reproducierenden Gruppen der ternären Formen $f(x_i)$ beider Arten.	508
§ 4. Existenzbeweis der reproducierenden Gruppen der quaternären Formen $F(x_i)$	513
§ 5. Vom Vorkommen elliptischer und parabolischer Substitutionen in den Gruppen Γ_f und Γ_F	517
§ 6. Historische Bemerkungen über ternäre und quaternäre Formen.	519
§ 7. Bericht über Selling's Behandlung der ternären quadratischen Formen	525
§ 8. Arithmetische Bildungsgesetze der ξ -Gruppen Γ_f der indefiniten Formen $f(x_i)$	533
§ 9. Neue Constructionsmethode des Discontinuitätsbereichs der einzelnen Hauptkreisgruppe Γ_f	539
§ 10. Beispiele reproducierender Gruppen reeller Formen $f(x_i)$	546
§ 11. Fortsetzung: Gegen die Modulgruppe incommensurable Gruppen $[p, q, r]$	554

	Seite
§ 12. Arithmetisches Bildungsgesetz der ξ -Gruppen Γ_f bei complexen ternären Formen $f(x_i)$	565
§ 13. Beispiele von reproducierenden Polyedergruppen Γ_f	569
§ 14. Über arithmetische Bildungsgesetze bei den reproducierenden Gruppen quaternärer Formen $F(x_i)$	577
§ 15. Beispiel einer reproducierenden Gruppe Γ_F	582

Drittes Kapitel.

Über eine specielle Art von Hauptkreis- und Polyedergruppen mit ganzen algebraischen Substitutionscoefficienten.

§ 1. Definition der Gruppen $[p, q, r]$ bei beliebigem Zahlkörper Ω	586
§ 2. Verschiedene Erweiterungen der Gruppen $[p, q, r]$	588
§ 3. Hilfssätze aus der Theorie der Einheiten	593
§ 4. Die Discontinuität der Gruppen $[p, q, r]$ mit reellen Substitutionscoefficienten	597
§ 5. Die Discontinuität der Gruppen $[p, q, r]$ mit complexen Substitutionscoefficienten	603
§ 6. Ansatz der zu behandelnden Hauptkreisgruppen des Charakters $(0, 3)$.	606
§ 7. Discussion der drei Bedingungen der eigentlichen Discontinuität . . .	609
§ 8. Die zu den ausgesonderten Signaturen $(0, 3; 2, l_1, l_2)$ gehörenden Gruppen $[p, q, r]$	611
§ 9. Beweis der Identität der ausgesonderten Gruppen $(0, 3; 2, l_1, l_2)$ mit den arithmetisch definierten Gruppen $[p, q, r]$	616
§ 10. Ansatz der zu behandelnden Hauptkreisgruppen des Charakters $(1, 1)$.	621
§ 11. Die Gruppen $(1, 1; l)$ für $l = 4, 5, 6$ mit quadratischen Zahlkörpern Ω	624
§ 12. Die Gruppen $(1, 1; 2)$ und $(1, 1; 3)$ mit quadratischen Zahlkörpern Ω	628
