

# Inhalts-Verzeichniss.

Einleitung . . . . .	Seite 1
----------------------	------------

## Erster Abschnitt.

### Engere Theorie der eindeutigen automorphen Functionen einer Veränderlichen.

#### Erstes Kapitel.

##### Begriff, Existenz und Grundeigenschaften der automorphen Functionen.

§ 1. Begriffsbestimmung der automorphen Functionen . . . . .	3
§ 2. Herstellung eines zum Fundamentalbereich gehörenden Elementarpotentials zweiter Gattung . . . . .	8
§ 3. Herstellung automorpher Functionen der Gruppe $\Gamma$ . . . . .	12
§ 4. Abbildung des Fundamentalbereichs $P$ auf eine geschlossene Riemann'sche Fläche. . . . .	15
§ 5. Von der Gesamtheit aller zu einer Gruppe $\Gamma$ gehörenden automorphen Functionen und deren Haupteigenschaften . . . . .	17
§ 6. Classification und nähere Betrachtung der elementaren automorphen Functionen . . . . .	21
§ 7. Vorbereitungen zur Classification der höheren automorphen Functionen . . . . .	26
§ 8. Classification und nähere Betrachtung der höheren automorphen Functionen . . . . .	29
§ 9. Von den Integralen der automorphen Gebilde . . . . .	36
§ 10. Allgemeines Eindigkeitstheorem. Anwendung auf lineare Differentialgleichungen. . . . .	40
§ 11. $\zeta$ als linear-polymorphe Function. Die Fundamentalprobleme . . . . .	43
§ 12. Differentialgleichung dritter Ordnung für polymorphe Functionen . . . . .	47
§ 13. Verallgemeinerung des Begriffs der automorphen Functionen . . . . .	51

#### Zweites Kapitel.

##### Formentheoretische Ausführungen für automorphe Gebilde des Geschlechtes null.

§ 1. Gestalten der Fundamentalbereiche bei den Gebilden des Geschlechtes null . . . . .	56
§ 2. Recapitulation über die homogenen Variablen, Substitutionen und Gruppen . . . . .	63
§ 3. Allgemeine Begriffsbestimmung der automorphen Formen . . . . .	66

§ 4. Der Differentiationsprocess und die Hauptformen der Gebilde des Geschlechtes null . . . . .	71
§ 5. Die Schar der Primformen und die Grundformen bei automorphen Gebilden des Geschlechtes null . . . . .	73
§ 6. Verhalten der automorphen Formen $\varphi_d(\xi_1, \xi_2)$ gegenüber den Gruppen-erzeugenden . . . . .	75
§ 7. Die Grundformen bei den Gruppen der Kreisbogendreiecke . . . . .	78
§ 8. Die eindeutigen automorphen Formen und ihre Multiplicatorsysteme . . . . .	83
§ 9. Die Anzahl der Multiplicatorsysteme M bei gegebener Gruppe $\Gamma$ . . . . .	87
§ 10. Beispiele zur Bestimmung der Anzahl der Multiplicatorsysteme M. Wirkung secundärer Relationen . . . . .	93
§ 11. Darstellung aller unverzweigten automorphen Formen eines Gebildes vom Geschlechte null durch die Prim- und Grundformen. . . . .	96
§ 12. Existenztheorem eindeutiger Formen $\varphi_d(\xi_1, \xi_2)$ bei gegebenem Multiplicatorsystem M. . . . .	99
§ 13. Beziehungen zwischen einander inversen Multiplicatorsystemen . . . . .	102
§ 14. Ganze Formen und Formen mit vorgegebenen Polen. . . . .	105
§ 15. Die $\xi_1, \xi_2$ als linear-polymorphe Formen der $z_1, z_2$ . . . . .	109
§ 16. Andere Gestalten der polymorphen Formen. Geschichtliches . . . . .	113
§ 17. Differentialgleichung zweiter Ordnung für die polymorphen Formen nullter Dimension . . . . .	117
§ 18. Invariante Gestalt der Differentialgleichung für die polymorphen Formen $\xi_1, \xi_2$ . . . . .	121
§ 19. Reihendarstellung der polymorphen Formen im Falle $n = 3$ . . . . .	127
§ 20. Darstellung der polymorphen Formen im Falle $n = 3$ durch bestimmte Integrale . . . . .	131

### Drittes Kapitel.

#### Theorie der Poincaré'schen Reihen mit besonderen Ausführungen für die Gebilde des Geschlechtes null.

§ 1. Ansatz der Poincaré'schen Reihen . . . . .	138
§ 2. Erste Convergencebetrachtung der Poincaré'schen Reihen . . . . .	142
§ 3. Verhalten der Poincaré'schen Reihen in parabolischen Spitzen . . . . .	147
§ 4. Von den Poincaré'schen Reihen $(-2)^{\text{ter}}$ Dimension bei Gruppen $\Gamma$ mit Grenzcurven . . . . .	153
§ 5. Von den Poincaré'schen Reihen $(-2)^{\text{ter}}$ Dimension bei Hauptkreisgruppen mit isoliert liegenden Grenzpunkten . . . . .	157
§ 6. Convergence der Poincaré'schen Reihen $(-2)^{\text{ter}}$ Dimension bei gewissen Gruppen ohne Grenzcurven und ohne Hauptkreis . . . . .	160
§ 7. Zweite Convergencebetrachtung im Hauptkreisfalle. Stetige Abhängigkeit der Poincaré'schen Reihen von den Gruppenmoduln. . . . .	167
§ 8. Von den Polen der Poincaré'schen Reihen und der Möglichkeit des identischen Verschwindens derselben. Ausführungen für den Fall $p = 0$ . . . . .	175
§ 9. Construction einpoliger Poincaré'scher Reihen. . . . .	178
§ 10. Einpolige Reihen mit Polen in elliptischen Ecken. . . . .	183
§ 11. Einführung der Elementarformen $\Omega(\xi_1, \xi_2; \xi_1, \xi_2)$ . . . . .	186
§ 12. Verhalten der Elementarformen $\Omega(\xi_1, \xi_2; \xi_1, \xi_2)$ in einem parabolischen Zipfel . . . . .	192

§ 13. Verhalten der Elementarformen bei Ausübung von Substitutionen der Gruppe $\Gamma$ auf $\xi_1, \xi_2$ . Ausführungen für Gebilde des Geschlechtes $p = 0$	197
§ 14. Über die Darstellbarkeit beliebiger automorpher Formen des Geschlechtes null durch die Elementarformen und die Poincaré'schen Reihen . . .	204

Viertes Kapitel.

**Die automorphen Formen und ihre analytischen Darstellungen bei Gebilden beliebigen Geschlechtes.**

§ 1. Recapitulation über die Gruppen beliebigen Geschlechtes $p$ und ihre Erzeugung . . . . .	214
§ 2. Recapitulation und Ergänzung über die Theorie der Primform bei beliebigem algebraischen Gebilde . . . . .	219
§ 3. Die polymorphen Formen $\xi_1, \xi_2$ bei einem Gebilde beliebigen Geschlechtes $p$ . . . . .	228
§ 4. Differentialgleichung der polymorphen Functionen und Formen bei Gebilden mit $p > 0$ . . . . .	233
§ 5. Darstellung aller unverzweigten automorphen Formen einer Gruppe $\Gamma$ beliebigen Geschlechtes durch die Prim- und Grundformen. . . . .	241
§ 6. Die eindeutigen automorphen Formen und ihre Multiplicatorsysteme bei einer Gruppe beliebigen Geschlechtes. . . . .	244
§ 7. Existenz der eindeutigen Formen bei gegebenem Multiplicatorsystem im Falle beliebigen Geschlechtes. . . . .	246
§ 8. Weiteres über eindeutige automorphe Formen bei beliebigem $p$ . Die $p$ Formen $\Phi_{-1}(\xi_1, \xi_2)$ . . . . .	251
§ 9. Begriff der conjugierten Formen. Erweiterter Riemann-Roch'scher Satz und Anwendungen desselben. . . . .	255
§ 10. Die Poincaré'schen Reihen und die Elementarformen bei beliebigem $p$ . Unimultiplicative Formen . . . . .	261
§ 11. Zweipolige Reihen ( $-2$ ) <sup>ter</sup> Dimension und Integrale 2 <sup>ter</sup> Gattung bei automorphen Gebilden beliebigen Geschlechtes $p$ . . . . .	264
§ 12. Die Integrale erster und dritter Gattung. Productdarstellung für die Primform . . . . .	268
§ 13. Über die Darstellbarkeit der automorphen Formen beliebigen Geschlechtes $p$ durch die Elementarformen und die Poincaré'schen Reihen . . . . .	273
§ 14. Schlussbemerkungen . . . . .	278

Zweiter Abschnitt.

**Fundamentaltheoreme über die Existenz polymorpher Functionen auf Riemann'schen Flächen.**

Erstes Kapitel.

**Continuitätsbetrachtungen im Gebiete der Hauptkreisgruppen.**

§ 1. Recapitulation über die Polygontheorie der Hauptkreisgruppen. . . .	286
§ 2. Die Polygoncontinua vom Charakter $(0, 3)$ . . . . .	289
§ 3. Die Polygoncontinua vom Charakter $(0, 4)$ . . . . .	291
§ 4. Die Polygoncontinua vom Charakter $(0, n)$ . . . . .	295

	Seite
§ 5. Andere Darstellung der Polygoncontinua vom Charakter $(0,4)$ . . . . .	296
§ 6. Die Polygoncontinua vom Charakter $(1, 1)$ . . . . .	300
§ 7. Die Polygoncontinua vom Charakter $(p, n)$ . . . . .	303
§ 8. Übergang von den Polygoncontinuen zu den Gruppencontinuen . . . . .	305
§ 9. Die Discontinuität der Modulgruppe . . . . .	307
§ 10. Die reducierten Polygone vom Charakter $(1, 1)$ . . . . .	310
§ 11. Die beim Charakter $(1, 1)$ auftretende Fläche dritten Grades $\Phi_3$ . . . . .	319
§ 12. Der Discontinuitätsbereich der Modulgruppe und die Gruppencontinua des Charakters $(1, 1)$ . . . . .	324
§ 13. Zusammenhang und Begrenzung des einzelnen Gruppencontinuum vom Charakter $(1, 1)$ . . . . .	331
§ 14. Die reducierten Polygone vom Charakter $(0, 4)$ . . . . .	337
§ 15. Die beim Charakter $(0, 4)$ auftretende Fläche dritten Grades $\Phi_3$ . . . . .	347
§ 16. Der Discontinuitätsbereich der Modulgruppe und die Gruppencontinua vom Charakter $(0, 4)$ . . . . .	352
§ 17. Begrenzung und Zusammenhang des einzelnen Gruppencontinuum vom Charakter $(0, 4)$ . . . . .	359
§ 18. Die normalen und die reducierten Polygone vom Charakter $(0, n)$ . . . . .	368
§ 19. Die Continua der reducierten Polygone vom Charakter $(0, n)$ bei gegebenen Eckeninvarianten und fester Eckenordnung . . . . .	373
§ 20. Der Discontinuitätsbereich der Modulgruppe und die Gruppencontinua des Charakters $(0, n)$ . . . . .	382
§ 21. Die Gruppencontinua vom Charakter $(p, n)$ . . . . .	387
§ 22. Bericht über die Continua der Riemann'schen Flächen des Geschlechtes $p$ . . . . .	390
§ 23. Bericht über die Continua der symmetrischen Riemann'schen Flächen des Geschlechtes $p$ . . . . .	396
§ 24. Stetigkeit der Beziehung zwischen dem Continuum der Gruppen und dem Continuum der Riemann'schen Flächen . . . . .	402
§ 25. Eindeutigkeit der Beziehung zwischen dem Continuum der Gruppen und dem Continuum der Riemann'schen Flächen . . . . .	405
§ 26. Allgemeines über den Continuitätsbeweis des Fundamentaltheorems im Gebiete der Hauptkreisgruppen . . . . .	408
§ 27. Durchführung des Continuitätsbeweises bei der Signatur $(0, 3; l_1, l_2)$ . . . . .	414
§ 28. Durchführung des Continuitätsbeweises bei der Signatur $(0, 3; l_1)$ . . . . .	416
§ 29. Durchführung des Continuitätsbeweises bei der Signatur $(1, 1; l_1)$ . . . . .	422
§ 30. Durchführung des Continuitätsbeweises bei der Signatur $(0, 3)$ . . . . .	425
§ 31. Darstellung der dreidimensionalen Continua $B_p$ und $B_r$ bei der Signatur $(1, 1)$ . . . . .	429
§ 32. Durchführung des Continuitätsbeweises bei der Signatur $(1, 1)$ . . . . .	433

### Zweites Kapitel.

#### Beweis des Hauptkreis- und des Grenzkreistheorems.

§ 1. Geschichtliche Mittheilungen über die directen Beweismethoden der Fundamentaltheoreme . . . . .	440
§ 2. Sätze über logarithmische Potentiale und Green'sche Functionen . . . . .	446
§ 3. Weiteres über die Lösung der Randwerthaufgabe . . . . .	451
§ 4. Die Green'sche Function eines einfach zusammenhängenden Bereiches. . . . .	455

§ 5.	Zwei Theoreme von Koebe . . . . .	458
§ 6.	Herstellung der Überlagerungsfläche $F_\infty$ im Grenzkreisfalle . . . . .	464
§ 7.	Herstellung der Überlagerungsfläche $F_\infty$ im Hauptkreisfalle . . . . .	469
§ 8.	Die Green'schen Functionen der Bereiche $F_\nu$ und ihre Convergenz im Hauptkreisfalle . . . . .	472
§ 9.	Abbildung der Überlagerungsfläche auf eine Kreisscheibe. Gewinnung des Hauptkreistheorems . . . . .	478
§ 10.	Einführung neuer Functionenreihen im Grenzkreisfalle . . . . .	483
§ 11.	Zusammenhang der Green'schen Functionen $u', u''$ unter einander und mit den Green'schen Functionen $u_\mu$ . . . . .	487
§ 12.	Abbildung der Überlagerungsfläche mittelst der Function $(u' + iv')$ . Gewinnung des Grenzkreistheorems . . . . .	490

Drittes Kapitel.

**Beweis des Rückkehrschnitttheorems.**

§ 1.	Sätze über schlichte unendliche Abbilder einer Kreisfläche . . . . .	496
§ 2.	Sätze über schlichte endliche Abbilder einer Kreisfläche . . . . .	499
§ 3.	Der Verzerrungssatz für kreisförmige Bereiche . . . . .	507
§ 4.	Der Verzerrungssatz für beliebige Bereiche. . . . .	511
§ 5.	Folgerungen aus dem Verzerrungssatze . . . . .	514
§ 6.	Herstellung der Überlagerungsfläche $F_\infty$ für eine mit $p$ Rückkehr- schnittten versehene Riemann'sche Fläche . . . . .	518
§ 7.	Abbildung der Fläche $F_n$ auf einen schlichten Bereich bei speciellen Rückkehrschnitten . . . . .	521
§ 8.	Abbildung der Fläche $F_n$ auf einen schlichten Bereich bei beliebigen Rückkehrschnitten . . . . .	524
§ 9.	Einführung eines zum Bereiche $P_n$ gehörenden Systems analytischer Transformationen . . . . .	527
§ 10.	Anwendung des Verzerrungssatzes auf den Bereich $P_n$ . . . . .	529
§ 11.	Anwendung der Folgerungen des Verzerrungssatzes auf den Bereich $P_n$ . . . . .	533
§ 12.	Durchführung des Convergenzbeweises der Functionen $\eta_n(z)$ . . . . .	537
§ 13.	Beweis des Linearitätssatzes . . . . .	540
§ 14.	Beweis des Unitätssatzes. Gewinnung des Rückkehrschnitttheorems . . . . .	546
§ 15.	Koebe's Beweis des allgemeinen Klein'schen Fundamentaltheorems. . . . .	548

Anhang.

**Ein Beitrag zur Transformationstheorie der automorphen Functionen.**

§ 1.	Allgemeiner Ansatz der Transformation eindeutiger automorpher Func- tionen . . . . .	554
§ 2.	Der arithmetische Charakter der Gruppen von der Signatur $(0, 3; 2, 4, 5)$ . . . . .	559
§ 3.	Einführung der Transformation dritten Grades . . . . .	563
§ 4.	Aufstellung der Transformationsgleichung zehnten Grades . . . . .	570
§ 5.	Die Galois'sche Gruppe der Transformationsgleichung und ihre cykli- schen Untergruppen . . . . .	579
§ 6.	Die nichtcyclischen Untergruppen der $G_{360}$ und die erweiterte $\bar{G}_{720}$ . . . . .	585
§ 7.	Die beiden Resolventen sechsten Grades der Transformationsgleichung . . . . .	591

	Seite
§ 8. Die Discontinuitätsbereiche der zu den Oktaeder- und Tetraedergruppen gehörenden $\Gamma_{15}$ und $\Gamma_{30}$ . . . . .	595
§ 9. Die beiden Resolventen 15 <sup>ten</sup> Grades der Transformationsgleichung . . . . .	600
§ 10. Notiz über die zu den zehn gleichberechtigten $G_{18}$ gehörenden Gruppen $\Gamma_{30}$ . . . . .	609
§ 11. Die Riemann'sche Fläche der Galois'schen Resolvente der Transformationsgleichung . . . . .	610
§ 12. Die Curve $C_6$ im oktaedrischen Coordinatensystem . . . . .	619
§ 13. Die Curve $C_6$ im ikosaedrischen Coordinatensystem . . . . .	628
§ 14. Die Curve $C_6$ im harmonischen Coordinatensystem . . . . .	635
§ 15. Die reellen Züge der $C_6$ und der Charakter der Punkte $a, b, c$ . . . . .	641
§ 16. Weitere geometrische Sätze über die Collineationsgruppe $G_{360}$ . . . . .	645
§ 17. Die Galois'sche Resolvente der Transformationsgleichung . . . . .	650
§ 18. Die Lösung der Resolventen 6 <sup>ten</sup> und 15 <sup>ten</sup> Grades . . . . .	653
§ 19. Lösung der Transformationsgleichung 10 <sup>ten</sup> Grades . . . . .	658
<hr style="width: 20%; margin: 10px auto;"/>	
Sachregister . . . . .	663